

**प्रादर्श प्रश्न-पत्र**  
**MODEL QUESTION PAPER**  
( उच्च गणित )  
( HIGHER - METHEMATICS )

समय : 3 घंटे  
Time : 3 hours

कक्षा - 12वीं  
Class - XII<sup>th</sup>

पूर्णांक : 100  
M.M. : 100

**निर्देश :-**

1. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।
2. प्रश्न पत्र में दिये गये निर्देशों का सावधानी पूर्वक पढ़कर प्रश्नों के उत्तर दीजिए ।
3. प्रश्न क्रमांक - 06 से 21 तक में आंतरिक विकल्प दिये गये हैं ।
4. प्रश्न क्रमांक - 06 से 12 तक प्रत्येक प्रश्न पर 4 अंक आवंटित हैं ।
5. प्रश्न क्रमांक - 13 से 19 तक प्रत्येक प्रश्न पर 5 अंक आवंटित हैं ।
6. प्रश्न क्रमांक - 20 से 21 तक प्रत्येक प्रश्न पर 6 अंक आवंटित हैं ।

**Instructions :-**

1. All questions are compulsory.
2. Read the Instructions of question paper carefully and write their answer.
3. Internal option are given in Question No. 06 to 21.
4. Question No. 06 to 12 carry 4 marks each.
5. Question No. 13 to 19 carry 5 marks each.
6. Question No. 20 to 21 carry 6 marks each.

**( SECTION-'A' )**

**( खण्ड-'अ' )**

**Q.01 Choose the correct option.**

**1 × 5**

**सही विकल्प छांटिए ।**

(i)  $\frac{1}{x^2-1}$  को आंशिक भिन्नों में विभक्त कीजिए ।

(a)  $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}$                       (b)  $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+2}$

(c)  $\frac{1}{2(x-1)} - \frac{1}{2(x+1)}$                       (d)  $\frac{2}{x-1} - \frac{2}{x+2}$

Resolve  $\frac{1}{x^2-1}$  into partial fraction.

(a)  $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}$                       (b)  $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+2}$

(c)  $\frac{1}{2(x-1)} - \frac{1}{2(x+1)}$                       (d)  $\frac{2}{x-1} - \frac{2}{x+2}$

**Cont....2**

(ii) यदि  $\tan^{-1}x - \tan^{-1}y = \tan^{-1}z$  हो तो  $z$  का मान होगा

- (a)  $x-y$  (b)  $x+y$  (c)  $\frac{x-y}{1+xy}$  (d)  $\frac{x-y}{1-xy}$

If  $\tan^{-1}x - \tan^{-1}y = \tan^{-1}z$  then value of  $z$  is

- (a)  $x-y$  (b)  $x+y$  (c)  $\frac{x-y}{1+xy}$  (d)  $\frac{x-y}{1-xy}$

(iii) यदि एक रेखा त्रिविधिय निर्देशांक अक्षों के साथ  $\alpha, \beta, \gamma$  कोण बनाती है तो  $\cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\gamma$  का मान होगा

- (a)  $-2$  (b)  $-1$  (c)  $1$  (d)  $2$

If a line makes angles  $\alpha, \beta, \gamma$  with three dimensional co-ordinate axis then  $\cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\gamma$  is equal to .....

- (a)  $-2$  (b)  $-1$  (c)  $1$  (d)  $2$

(iv) यदि समतल  $3x - 6y - 2z = 7$  और  $2x + y - kz = 5$  एक दूसरे पर लम्ब है तो  $k$  का मान होगा

- (a)  $0$  (b)  $1$  (c)  $2$  (d)  $3$

If the plane  $3x - 6y - 2z = 7$  and  $2x + y - kz = 5$  are perpendicular to each other then the value of  $k$  will be

- (a)  $0$  (b)  $1$  (c)  $2$  (d)  $3$

(v) निर्देशांक अक्षों से  $2, 3$  व  $-4$  अन्तः खण्ड काटने वाले समतल का समीकरण होगा -

- (a)  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - \frac{z}{4} = 0$  (b)  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - \frac{z}{4} = 1$   
 (c)  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - \frac{z}{4} = -1$  (d) None of these

The equation of a plane which makes  $2, 3$  and  $-4$  intercepts from the co-ordinates axis is

- (a)  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - \frac{z}{4} = 0$  (b)  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - \frac{z}{4} = 1$   
 (c)  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - \frac{z}{4} = -1$  (d) None of these

**Q.02 सत्य असत्य कथन लिखिए**

**1 × 5**

(i) उन रेखाओं के बीच का कोण जिनकी दिक्कोज्यायें  $3, 4, 5$  और  $4, -3, 5$  हैं,  $30^\circ$  होगा।

(ii) वृत्त  $\left| \vec{r} - (2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}) \right| = 5$  का केन्द्र  $(2, -1, 1)$  होगा।

(iii) सदिश  $\vec{a}$  का सदिश  $\vec{b}$  पर प्रक्षेप  $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|}$  होगा।

- (iv) सदिश  $(i \times j) \times k$  का मान  $k$  होगा ।
- (v) सदिश  $6j - 2j - 3k$  की दिक् कोज्यायें  $\frac{6}{7}, \frac{-2}{7}, \frac{-3}{7}$  होगा ।
- Write true or False.**
- (i) The angle between the lines whose direction ratios are 3, 4, 5 and 4, -3, 5 is  $30^\circ$
- (ii) The centre of sphere  $\left| \vec{r} - (2i + j + k) \right| = 5$  is (2, -1, 1).
- (iii) The projection of  $\vec{a}$  on  $\vec{b}$  is  $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|}$
- (iv) The value of  $(i \times j) \times k$  is  $k$ .
- (v) Direction cosines of the vector  $6j - 2j - 3k$  are  $\frac{6}{7}, \frac{-2}{7}, \frac{-3}{7}$

**Q.03 रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए**

1 × 5

- (i)  $10^x$  का  $x$  के सापेक्ष अपकलन गुणांक ..... होगा ।
- (ii)  $e^x$  का  $n$ वाँ अवकलन ..... होगा ।
- (iii)  $f(x) = \sin x + \cos x$  का महत्तम मान ..... होगा ।
- (iv) यदि  $\text{cov}(x,y) = -8.25$ ,  $\text{var.}(x) = 18$  और  $\text{var.}(y) = 8$  तब सह सम्बन्ध गुणांक का मान ..... होगा ।
- (v) यदि दो समाश्रयण गुणांक क्रमशः  $-a$  तथा  $\frac{1}{-a}$  हो तो सह सम्बन्ध गुणांक का मान ..... होगा ।

**Fill in the blanks.**

- (i) Differential coefficient of  $10^x$  w.r.t is .....
- (ii)  $n^{\text{th}}$  derivatives of  $e^x$  is .....
- (iii) The maximum value of  $f(x) = \sin x + \cos x =$  .....
- (iv) If  $\text{cov}(x,y) = -8.25$ ,  $\text{var.}(x) = 18$  and  $\text{var.}(y) = 8$  then coefficient of correlation is .....
- (v) If two regression coefficients are  $-a$  and  $\frac{1}{-a}$  then coefficient of correlation is .....

**Q.04 कॉलम 'अ' के लिए कॉलम 'ब' से चुनकर सही जोड़ी बनाइए ।**

1×5

**Make the correct pair for column 'A' choosing from column 'B'.**

(A)

(B)

- (i)  $\int \frac{dx}{x^2 - a^2}$  (a)  $\frac{1}{2} [x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \sin^{-1} \frac{x}{a}]$
- (ii)  $\int \sqrt{\sec x} dx$  (b)  $\log (\text{cosec} x - \cot x)$

---4---

(iii)  $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx$

(iv)  $\int \operatorname{cosec} x dx$

(v)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}}$

(c)  $\log \tan\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$

(d)  $\frac{1}{2}x[x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \log x + \sqrt{a^2 - x^2}]$

(e)  $\frac{1}{2a} \log \frac{x-a}{x+a}$

(f)  $\log(x + \sqrt{x^2 + a^2})$

(g)  $\frac{1}{x\sqrt{x^2 - a^2}}$

**Q.05 एक वाक्य में उत्तर दीजिए ।**

**1 × 5**

(i)  $\int_a^b f(x) dx$  के लिए सिम्पसन नियम लिखिए ।

(ii)  $\int_a^b f(x) dx$ ,  $n = 7$  के लिए ट्रेपेजोएडल नियम लिखिए ।

(iii)  $0.2642 E 05 + 0.3781 E 05$  का मान लिखिए ।

(iv) सिम्पसन नियम में विषम संलग्नक वाले  $y$  के गुणांक लिखिए ।

(v) समीकरण  $x^3 - 6x + 1 = 0$  मूल अन्तराल  $(2, 3)$  में क्रमिक विभाजन विधि से ज्ञात कीजिए ।

**Give the answer of the following in one sentence.**

(i) Write the Simpson's rule for  $\int_a^b f(x) dx$ .

(ii) Write the trapezoidal formula for  $\int_a^b f(x) dx$ ,  $n = 7$ .

(iii) Write the value of  $0.2642 E 05 + 0.3781 E 05$

(iv) Write the coefficient of  $y$ 's with odd subscripts, in Simpson's rule.

(v) Find the root of the equation  $x^3 - 6x + 1 = 0$  in the interval  $(2, 3)$  by bisection method.

**( SECTION-'B' )**

**( खण्ड-'ब' )**

**( SHORT ANSWER TYPE QUESTION )**

**( लघुउत्तरीय प्रश्न )**

**(प्रत्येक प्रश्न 4 अंक)**

**Q.06**  $\frac{x+3}{(x+2)(x^2-9)}$  को आंशिक भिन्नों में व्यक्त कीजिये ।

**4**

**Resolve  $\frac{x+3}{(x+2)(x^2-9)}$  into partial fractions.**

**Cont....5**

अथवा OR

$\frac{x^2 + 7x}{x^2 + 2x - 8}$  को आंशिक भिन्नों में व्यक्त कीजिये ।

Resolve  $\frac{x^2 + 7x}{x^2 + 2x - 8}$  into partial fractions.

Q.07 सिद्ध कीजिए कि  $\cos [ \tan^{-1} \{ \sin (\cos^{-1}x) \} ] = \frac{1}{\sqrt{2-x^2}}$  4

Prove that  $\cos [ \tan^{-1} \{ \sin (\cos^{-1}x) \} ] = \frac{1}{\sqrt{2-x^2}}$

अथवा OR

सिद्ध कीजिए कि  $\sin^{-1} \frac{4}{5} + \sin^{-1} \frac{5}{13} + \sin^{-1} \frac{16}{55} = \frac{\pi}{2}$

Prove that  $\sin^{-1} \frac{4}{5} + \sin^{-1} \frac{5}{13} + \sin^{-1} \frac{16}{55} = \frac{\pi}{2}$

Q.08  $\sqrt{x}$  का अवकलन गुणांक प्रथम सिद्धांत से कीजिये । 4

Find the differential coefficient of  $\sqrt{x}$  from first principal.

अथवा OR

यदि  $y = \cot^{-1} \left( \frac{\sqrt{1+x^2} + 1}{x} \right)$  हो तो  $\frac{dx}{dy}$  ज्ञात कीजिये ।

If  $y = \cot^{-1} \left( \frac{\sqrt{1+x^2} + 1}{x} \right)$  then find  $\frac{dx}{dy}$

Q.09 यदि  $y = a \sin mx + b \cos mx$  हो तो सिद्ध कीजिये कि  $\frac{d^2y}{dx^2} + m^2y = 0$  4

If  $y = a \sin mx + b \cos mx$  then prove that  $\frac{d^2y}{dx^2} + m^2y = 0$

अथवा OR

यदि  $y = \sqrt{x} \sqrt{x} \sqrt{x} \dots \dots \dots \infty$  हो तो सिद्ध कीजिए कि  $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{x(2-y \log x)}$

If  $y = \sqrt{x} \sqrt{x} \sqrt{x} \dots \dots \dots \infty$  then prove that  $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{x(2-y \log x)}$

Q.10 एक कण निम्नांकित नियम से गतिमान है  $s = 5e^{-t} \cos t$  जब  $t = \pi/2$  हो तो कण का वेग व त्वरण क्या होगा । 4

A particle is moving with following rule  $s = 5e^{-t} \cos t$  Find the velocity and acceleration of particle when  $t = \pi/2$

अथवा OR

लाभ फलन  $p(x) = 41 + 24x - 18x^2$  द्वारा दिया जाता है तो महत्तम लाभ ज्ञात कीजिये ।

Profit function is given by  $p(x) = 41 + 24x - 18x^2$  then find maximum profit.

Q.11 निम्नांकित आंकड़ों के लिये सह संबंध गुणांक ज्ञात कीजिये :-

4

पति की आयु	35	34	40	43	56	20	38
पत्नि की आयु	32	30	31	32	53	20	33

Find the correlation coeff of the following data.

Husband's age	35	34	40	43	56	20	38
Wives age	32	30	31	32	53	20	33

अथवा OR

यदि दो चर राशियों  $x$  और  $y$  का सह संबंध गुणांक  $p$  है तो सिद्ध कीजिये कि

$$p = \frac{\overline{xy} - \overline{x}\overline{y}}{\sqrt{(\overline{x^2} - \overline{x}^2)(\overline{y^2} - \overline{y}^2)}}$$

If  $p$  be the correlation coeff of two variable  $x$  and  $y$  then prove that

$$p = \frac{\overline{xy} - \overline{x}\overline{y}}{\sqrt{(\overline{x^2} - \overline{x}^2)(\overline{y^2} - \overline{y}^2)}}$$

Q.12 निम्न आंकड़ों में  $y$  का मान ज्ञात कीजिए  $x = 12$

4

श्रेणी	$x$	$y$
मध्य	7.6	14.8
मानक विचलन	3.6	2.5

सह संबंध गुणांक  $P = 0.99$

Find the value of  $y$  whor  $x = 12$

श्रेणी	$x$	$y$
मध्य	7.6	14.8
मानक विचलन	3.6	2.5

Coefficient of correlation  $P = 0.99$

अथवा OR

विचर आंकड़ों  $(x_i, y_i)$  में  $x$  के लिए माध्य मान 45 है।  $y$  का  $x$  पर समाश्रयण गुणांक 4 और  $x$  का  $y$  पर समाश्रयण गुणांक  $\frac{1}{9}$  है, ज्ञात कीजिए (1) सह संबंध गुणांक (ii)  $x$  के लिए मानक विचलन यदि  $y$  के लिए मानक विचलन 12 है।

In bivariate data  $(x_i, y_i)$  the mean value for  $x$  is 45, coefficient of regression of  $y$  on  $x$  is 4 and coefficient of regression of  $x$  on  $y$  is  $\frac{1}{9}$  then find (i) coefficient of correlation (ii) mean deviation for  $x$  if mean deviation for  $y$  is 12.

Q.13 सिद्ध कीजिए कि एक घन के विकर्णों के बीच का कोण  $\cos^{-1}\left[\frac{1}{3}\right]$  होता है। 5

Prove that the angle between the diagonal of a cube is  $\cos^{-1}\left[\frac{1}{3}\right]$

अथवा OR

मूल बिन्दु से गुजरने वाले उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो निम्न समतलों पर लंब हो :-

$$x + 2y - z = 1 \quad \text{एवं} \quad 3x - 4y + z = 5$$

Find the equation of plane which passes through origin and perpendicular to planes :-

$$x + 2y - z = 1 \quad \text{and} \quad 3x - 4y + z = 5$$

Q.14 किसी  $\triangle ABC$  में भुजा BC का मध्य बिन्दु D है सिद्ध कीजिए कि 5

$$\vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{AD}$$

In  $\triangle ABC$ ; D is the mid point of BC prove that  $\vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{AD}$

अथवा OR

सदिश विधि से  $\triangle ABC$  में सिद्ध कीजिए कि

$$a = b \cos C + c \cos B$$

In  $\triangle ABC$  prove by vector method

$$a = b \cos C + c \cos B$$

Q.15 सिद्ध कीजिये कि फलन  $f(x) = \begin{cases} 3x, & x < 3 \\ 3, & x = 3 \\ x^2, & x > 3 \end{cases}$  बिन्दु  $x = 3$  पर असंतत है। 5

Prove that function  $f(x) = \begin{cases} 3x, & x < 3 \\ 3, & x = 3 \\ x^2, & x > 3 \end{cases}$  is not continuous at  $x = 3$

अथवा OR

मान ज्ञात कीजिए :-

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{x} \text{ then find the value of.}$$

Q.16 मान ज्ञात कीजिए :-

5

$$\int \frac{dx}{2x^2 + x - 1}$$

Find the value of  $\int \frac{dx}{2x^2 + x - 1}$

अथवा OR

$\int \frac{dx}{3x^2 + 5x + 7}$  का x के सापेक्ष समाकलन ज्ञात कीजिए ।

Find the value of  $\int \frac{dx}{3x^2 + 5x + 7}$  cov.r. to x.

Q17 मान ज्ञात कीजिए  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2\cos x + 4\sin x}$

5

Evaluate :  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2\cos x + 4\sin x}$

अथवा OR

वक्र दीर्घ वृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  का संपूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

Find the total area of curve ellipse :-  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Q.18 हल कीजिए :-

5

$$(1 + \cos x) dy = (1 - \cos x) dx$$

Solve :-

$$(1 + \cos x) dy = (1 - \cos x) dx$$



अथवा OR

हल कीजिए :-  $\frac{dy}{dx} = e^{x-y} + x^2 e^{-y}$

Solve :-  $\frac{dy}{dx} = e^{x-y} + x^2 e^{-y}$

Q.19 यदि एक लीप वर्ष का यादृच्छिक चयन किया गया हो तो इस वर्ष में 53 रविवार होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए । 1

If a leap year is selected at random then find the probability of having 53 Sunday in this year.

अथवा OR

यदि A और B कोई दो घटनाएँ हो तो सिद्ध कीजिए :-

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

If 'A' and 'B' are any two events prove that :-

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Q.20 सिद्ध कीजिए कि रेखाएँ  $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{3}$  तथा  $\frac{x-2}{2} = \frac{y-6}{3} = \frac{z-3}{4}$

समतलीय हैं । इसका प्रतिच्छेद बिन्दु भी ज्ञात कीजिए । 6

Prove that the lines  $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{3}$  and  $\frac{x-2}{2} = \frac{y-6}{3} = \frac{z-3}{4}$

are coplanar. Find its intersecting points.

अथवा OR

एक गोले की त्रिज्या r है जो मूल बिन्दु से होकर जाती है तथा अक्षों को A, B, C पर मिलती है, सिद्ध कीजिए कि  $\Delta ABC$  के केन्द्रक का बिन्दु पथ एक गोला  $9(x^2+y^2+z^2) = 4r^3$  होगा ।

The radius of a sphere is 'r' which passes through the origin and meets the axes at A, B, C. Prove that the centroid of  $\Delta ABC$  is a locus of sphere  $9(x^2+y^2+z^2) = 4r^3$

Q.21 उस गोले का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं A; (2, -3, 4) तथा B; (-5, 6, -7) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को व्यास मानकर खींचा गया है । गोले के समीकरण के कार्तीय रूप का निगमन कीजिए ।

Find the vector equation of a sphere which is drawn as a diameter meeting through segment points A = (2, -3, 4) and B = (-5, 6, -7).

Drive its Cartesian equation.

अथवा OR

उन दो रेखाओं के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए, जिनके सदिश समीकरण :-

$$\vec{r} = (\vec{i} + \vec{j}) + \lambda (2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) \text{ तथा}$$

$$\vec{r} = (2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}) + \mu (3\vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}) \text{ है ।}$$

Find the shortest distance of the lines, whose vector equations are :-

$$\vec{r} = (\vec{i} + \vec{j}) + \lambda (2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) \text{ and}$$

$$\vec{r} = (2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}) + \mu (3\vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k})$$

† † † † † † † † † †

**आदर्श उत्तर**  
**MODEL ANSWERS**  
( उच्च गणित )  
( HIGHER - METHEMATICS )

समय : 3 घंटे  
Time : 3 hours

कक्षा - 12वीं  
Class - XII<sup>th</sup>

पूर्णांक : 100  
M.M. : 100

( SECTION-'B' )  
( खण्ड-'अ' )

- Q.01 का हल ।** (कुल = 1+1+1+1+1 = 5 अंक)
- (vi) (c)  $\frac{1}{2(x-1)} - \frac{1}{2(x+1)}$  1 अंक
- (vii) (c)  $\frac{x-y}{1+xy}$  1 अंक
- (viii) (b) -1 1 अंक
- (ix) (a) 0 1 अंक
- (x) (b)  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - \frac{z}{4} = 1$  1 अंक
- Q.02 सत्य असत्य कथन छांटिए ।** (कुल = 1+1+1+1+1 = 5 अंक)
- (vi) असत्य 1 अंक
- (vii) असत्य 1 अंक
- (viii) असत्य 1 अंक
- (ix) असत्य 1 अंक
- (x) सत्य 1 अंक
- Q.03 रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए ।** (कुल = 1+1+1+1+1 = 5 अंक)
- (vi)  $10^x \log_e 10$  1 अंक
- (vii)  $e^x$  1 अंक
- (viii)  $\sqrt{2}$  1 अंक
- (ix) -0.68 1 अंक
- (x) -1 1 अंक
- Q.04 Column 'A' का 'B' से सही जोड़ी बनाइये ।** (कुल = 1+1+1+1+1 = 5 अंक)
- (i)  $\frac{dx}{x^2-a^2}$  = (e)  $\frac{1}{2a} \log \frac{x-a}{x+a}$  1 अंक
- (ii)  $\sqrt{\sec x} dx$  = (c)  $\log \tan \frac{x}{2} + \frac{\pi}{u}$  1 अंक

(iii)  $\int \sqrt{a^2-x^2} dx =$  (a)  $\frac{1}{2} [x\sqrt{a^2-x^2} + a^2 \sin^{-1} \frac{x}{a}]$  1 अंक

(iv)  $\int \operatorname{cosec} x dx =$  (b)  $\log (\operatorname{cosec} x - \cot x)$  1 अंक

(v)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}} =$  (d)  $\frac{1}{2} x[x\sqrt{a^2-x^2} + a^2 \log x + \sqrt{a^2-x^2}]$  1 अंक

**Q.05 एक वाक्य में उत्तर दीजिए ।**

**(कुल = 1+1+1+1+1 = 5 अंक)**

(i)  $\frac{h}{3} [(y_0+y_n)+4(y_1+y_3+y_5+\dots+y_{n-1})+2(y_2+y_4+\dots+y_{n-2})]$  1 अंक

(ii)  $\frac{h}{3} [(y_0+y_7) + 2(y_1+y_2+\dots+y_6)]$  जहाँ  $h = \frac{b-a}{7}$  1 अंक

(iii) 0.6423 E 05 1 अंक

(iv) 4 1 अंक

(v) 2.5 1 अंक

**( SECTION-'B' )**

**( खण्ड-'ब' )**

**Q.06 का हल**

$$\begin{aligned} & \frac{x+3}{(x+2)(x^2-9)} \\ &= \frac{x+3}{(x+2)(x+3)(x-3)} \\ &= \frac{1}{(x+2)(x-3)} \\ \frac{1}{(x+2)(x-3)} &= \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} \end{aligned} \quad 1 \text{ अंक}$$

$$\frac{1}{(x+2)(x-3)} = \frac{A(x-3) + B(x+2)}{(x+2)(x-3)}$$

$$1 = A(x-3) + B(x+2) \quad \text{----- (i)}$$

समी. (i) में  $x = 3$  रखने पर

$$1 = A(3-3) + B(3+2)$$

$$1 = A(0) + 5B$$

$$5B = 1 \quad \text{or} \quad B = \frac{1}{5} \quad 1$$

इसी प्रकार ut  $x+2 = 0 \Rightarrow x = -2$  समी. (i) में रखने पर

---3---

$$1 = A(-2, -3) + B(-2+2)$$

$$1 = A(-5) + B(0)$$

$$-5A = 1 \quad \text{या} \quad A = -\frac{1}{5} \quad 1$$

$$\frac{1}{(x+2)(x-5)} = \frac{-1}{5(x+2)} + \frac{1}{5(x+3)} \quad \text{Ans.} \quad 1$$

(कुल = 1+1+1+1 = 4 अंक)

अथवा OR

$$\frac{x^2 + 7x}{x^2 + 2x - 8} = 1 + \frac{5x + 8}{x^2 + 2x - 8} \quad \text{----- (i) समी.} \quad 1 \text{ अंक}$$

अब माना

$$\begin{aligned} \frac{5x + 8}{x^2 + 2x - 8} &= \frac{5x + 8}{x^2 + 4x - 2x - 8} \\ &= \frac{5x + 8}{(x^2 + 4x) - (2x + 8)} \\ &= \frac{5x + 8}{x(x+4) - 2(x+4)} \\ &= \frac{5x + 8}{(x-2)(x+4)} \end{aligned}$$

अब माना

$$\frac{5x + 8}{(x-2)(x+4)} = \frac{A}{(x+4)} + \frac{B}{(x-2)} \quad \text{----- (ii) समी.} \quad 1$$

$$\frac{5x + 8}{(x-2)(x+4)} = \frac{A(x-2) + B(x+4)}{(x+4)(x-2)}$$

$$5x + 8 = A(x-2) + B(x+4)$$

$$5x + 8 = x(A+B) + (-2A+4B)$$

x के गुणांकों की तुलना करने पर

$$5 = A+B \quad \text{-----} \quad \text{----- (iii)}$$

$$8 = -2A + 4B \quad \text{-----} \quad \text{----- (iv)}$$

समी. (iii) एवं (iv) से

$$10 = 2A + 2B$$

$$8 = -2A + 4B$$

$$18 = 6B$$

Cont.....4

---4---

$$\left. \begin{aligned} B &= 3 \\ \text{Eq}^n \text{ (iii) से } 5 &= A+3 \\ \therefore A &= 2 \end{aligned} \right\} 1$$

$$\therefore \frac{5x+8}{(x+4)(x-2)} = \frac{2}{(x+4)} + \frac{3}{(x-2)}$$

$$\therefore \frac{x^2+7x}{x^2+2x-8} = 1 + \frac{2}{(x+4)} + \frac{3}{(x-2)} \quad \underline{\text{Ans.}} \quad 1$$

(कुल = 1+1+1+1 = 4 अंक)

**Q.07 का हल**

$$\begin{aligned} \text{L.H.S.} &= \cos [ \tan^{-1} \{ \sin (\cos^{-1}x) \} ] \\ &= \cos [ \tan^{-1} \{ \sin (\sin^{-1} \sqrt{1-x^2}) \} ] & 1 \\ &= [ \because \cos^{-1} x = \sin^{-1} \sqrt{1-x^2} ] \\ &= \cos [ \tan^{-1} \sqrt{1-x^2} ] & 1 \\ &= \cos [ \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{2-x^2}} ] & 1 \\ &= \frac{1}{\sqrt{2-x^2}} & 1 \\ &= \text{R.H.S.} \end{aligned}$$

**अथवा OR**

$$\begin{aligned} &\sin^{-1} \frac{4}{5} + \sin^{-1} \frac{5}{13} + \sin^{-1} \frac{16}{65} = \frac{\pi}{2} \\ &= \left( \sin^{-1} \frac{4}{5} + \sin^{-1} \frac{5}{13} \right) + \sin^{-1} \left( \frac{16}{65} \right) \\ &= \sin^{-1} \left\{ \frac{4}{5} \sqrt{1 - \left( \frac{5}{13} \right)^2} + \frac{5}{13} \sqrt{1 - \left( \frac{4}{5} \right)^2} + \sin^{-1} \frac{16}{65} \right\} & 1 \text{ अंक} \\ &= (\because \text{ मूल } \sin^{-1}x + \sin^{-1}y = \sin^{-1} (x \sqrt{1-y^2} + y \sqrt{1-x^2}) \text{ के अनुसार}) \\ &= \sin^{-1} \left\{ \frac{4}{5} \times \frac{12}{13} + \frac{5}{13} \times \frac{3}{5} \right\} + \sin^{-1} \left( \frac{16}{65} \right) & \frac{1}{2} \\ &= \sin^{-1} \frac{63}{65} + \sin^{-1} \frac{16}{65} \\ &= \sin^{-1} \left\{ \frac{63}{65} \sqrt{1 - \left( \frac{16}{65} \right)^2} + \frac{16}{65} \sqrt{1 - \left( \frac{63}{65} \right)^2} \right\} & 1 \end{aligned}$$

Cont.....5

$$\begin{aligned}
 &= \sin^{-1} \left\{ \frac{63}{65} \times \frac{63}{65} + \frac{16}{65} \times \frac{16}{65} \right\} && \frac{1}{2} \\
 &= \sin^{-1} \left\{ \frac{4225}{4225} \right\} \\
 &= \sin^{-1} \{ 1 \} = \frac{\pi}{2} && 1 \\
 &&& \text{(कुल = } 1 + \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} = 4 \text{ अंक)}
 \end{aligned}$$

**Q.08 का हल**

माना  $f(x) = \sqrt{x}$  -----(i)

एवं  $f(x+h) = \sqrt{x+h}$  -----(ii) 1

अवकलन के प्रथम सिद्धांत से

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\frac{d}{dx} \sqrt{x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+h} - \sqrt{x})}{h} \quad 1$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left[ \frac{(\sqrt{x+h} - \sqrt{x})}{1\sqrt{1}} \times \frac{\sqrt{x+h+\sqrt{x}}}{\sqrt{x+h+\sqrt{x}}} \right]$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left[ \frac{(\sqrt{x+h})^2 - (\sqrt{x})^2}{1 \sqrt{x+h+\sqrt{x}}} \right]$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left[ \frac{x+h-x}{\sqrt{x+h+\sqrt{x}}} \right]$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \frac{h}{\sqrt{x+h+\sqrt{x}}}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+h+\sqrt{x}}} \quad 1$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x+h+\sqrt{x}}} \quad \frac{1}{\sqrt{x+\sqrt{x}}} = \frac{1}{2\sqrt{x}} \text{ Ans.} \quad 1$$

(कुल = 1 + 1 + 1 + 1 = 4 अंक)

**अथवा OR**

$$\therefore y = \cot^{-1} \left( \frac{\sqrt{1+x^2} + 1}{x} \right)$$

put  $x = \tan\theta \quad \therefore \theta = \tan^{-1} x \quad 1$

$$\therefore y = \cot^{-1} \left( \frac{\sqrt{1+\tan^2\theta} + 1}{\tan\theta} \right)$$





$$= m \left[ \frac{d}{dx} a \cdot \cos mx - \frac{d}{dx} b \cdot \sin mx \right]$$

$$= m [-\sin mx \cdot a \cdot m - b \cos mx \cdot m] \quad 1\frac{1}{2}$$

$$= m^2 [a \sin mx + b \cos mx]$$

$$\therefore \frac{d^2 y}{dx^2} = -m^2 [y] \text{ समी. (i) से} \quad \frac{1}{2}$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + m^2 y = 0 \quad \text{Ans.} \quad \frac{1}{2}$$

(कुल =  $1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 4$  अंक)

अथवा OR

$$\therefore y = \sqrt{x} \sqrt{x} \sqrt{x} \dots \dots \dots x$$

$$y = (\sqrt{x})^y$$

$$y = x^{y/2}$$

$$\Rightarrow \log y = \log x^{y/2} \quad \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \log y = \frac{y}{2} \log x \quad \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{d}{dx} (2 \cdot \log y) \Rightarrow \frac{d}{dx} (y \cdot \log x)$$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{1}{y} \frac{dy}{dx} = y \cdot \frac{1}{x} + (\log x) \frac{dy}{dx} \quad 1$$

$$\Rightarrow \left( \frac{2}{y} - \log x \right) \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$$

$$\left( \frac{2 - y \cdot \log x}{y} \right) \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} \quad 1\frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{x(2 - y \log x)} \quad \text{Ans.} \quad \frac{1}{2}$$

(कुल =  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 1 + 1\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 4$  अंक)

**Q.10 का हल**

$$s = 5e^{-t} \cos t \quad \text{----- (i) समी.}$$

ज्ञात करना है :-

$$(i) \text{ कण का वेग } \left( \frac{ds}{dt} \right)_{t = \pi/2} \quad 1$$

$$(ii) \text{ कण का त्वरण } \left( \frac{d^2s}{dt^2} \right)_{t = \pi/2}$$

समीकरण (i) का t के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$\begin{aligned}\frac{ds}{dt} &= 5 [e^{-t} \cdot (-\sin t) + \cos t \cdot (-e^{-t})] \\ &= -5 e^{-t} \sin t - 5 e^{-t} \cos t && 1 \\ &= -5e^{-t} (\sin t + \cos t) && \text{----- (ii) समी}\end{aligned}$$

t =  $\frac{\pi}{2}$  रखने पर

$$\begin{aligned}\left(\frac{ds}{dt}\right)_{t = \frac{\pi}{2}} &= -5e^{-\pi/2} \left(\sin \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{2}\right) \\ &= -5e^{-\pi/2} (1+0)\end{aligned}$$

$$\left(\frac{ds}{dt}\right)_{t = \frac{\pi}{2}} = -5e^{-\pi/2} \quad \frac{1}{2}$$

अतः t =  $\frac{\pi}{2}$  पर कण का वेग  $-5e^{-\pi/2}$  होगा

समीकरण (ii) का पुनः t के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$\begin{aligned}\frac{d^2s}{dt^2} &= -5 \left[ e^{-t} \frac{d}{dt} (\sin t + \cos t) + (\sin t + \cos t) \frac{d}{dt} e^{-t} \right] \\ &= -5 [e^{-t} (\cos t - \sin t) + (\sin t + \cos t) (-e^{-t})] \\ &= -5 [e^{-t} \cancel{\cos t} - e^{-t} \sin t - e^{-t} \sin t - e^{-t} \cancel{\cos t}] && 1 \\ &= -5 (-2e^{-t} \sin t) \\ &= 10e^{-t} \sin t\end{aligned}$$

t =  $\frac{\pi}{2}$  रखने पर

$$\begin{aligned}\left(\frac{d^2s}{dt^2}\right)_{t = \pi/2} &= 10 \times e^{-\pi/2} \times \sin \frac{\pi}{2} \\ &= 10e^{-\pi/2} \times 1 && \frac{1}{2} \\ &= 10e^{-\pi/2}\end{aligned}$$

अतः t =  $\frac{\pi}{2}$  पर कण का त्वरण =  $10e^{-\pi/2}$  होगा Ans.

(कुल = 1 + 1 +  $\frac{1}{2}$  + 1 +  $\frac{1}{2}$  = 4 अंक)

अथवा OR

ज्ञात है :-

$$\text{लाभ फलन } p(x) = 41 + 24x - 18x^2$$

ज्ञात करना है :-

- (i) महत्तम लाभ के लिए बिन्दु
- (ii) अभिष्ट बिन्दु पर महत्तम लाभ

---9---

'∴'  $p(x) = 41 + 24x - 18x^2$  ----- (i) समी.

x के सापेक्ष अवकलन करने पर

$p^1(x) = 24 - 36x$  ----- (ii) समी.

पुनः x के सापेक्ष अवकलन करने पर

$p^{11}(x) = -36$  ----- (iii) समी.

फलन को महत्तम अथवा न्यूनतम होने के लिए

$p^1(x) = 0$

या  $24 - 36x = 0$

या  $\cancel{36}x = \cancel{24}$

या  $x = \frac{24}{36}$

या  $x = \frac{2}{3}$

'∴'  $x = \frac{2}{3}$  पर  $P^{11}(x) = -36$  (-Ve)

अतः  $x = \frac{2}{3}$  पर फलन P(x) महत्तम होगा ।

अतः x का मान समीकरण (i) में रखने पर

फलन का महत्तम मान =

$$\begin{aligned} P\left(\frac{2}{3}\right) &= 41 + 24 \times \frac{2}{3} - 18 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 \\ &= 41 + 16 - 18 \times \frac{4}{9} \\ &= 41 + 16 - 8 \\ &= 49 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} P\left(\frac{2}{3}\right) &= 41 + 24 \times \frac{2}{3} - 18 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 \\ &= 41 + 16 - 18 \times \frac{4}{9} \\ &= 41 + 16 - 8 \\ &= 49 \end{aligned}} \right\} 1$$

अतः  $x = \frac{2}{3}$  पर फलन का महत्तम मान = 49

(कुल = 1 + 1 + 1 + 1 = 4 अंक)

Q.11 का हल

चर	x	=	1	2	3	4	5
चर	y	=	5	4	3	2	1

ज्ञात करना है :-

चर x एवं y के मध्य सहसंबंध

1/2

Cont.....10

x	y	$u_i = x - \bar{x}$	$v_i = y - \bar{y}$	$u_i^2$	$v_i^2$	$u_i v_i$
1	5	-2	2	4	4	-4
2	4	-1	1	1	1	-1
3	3	0	0	0	0	0
4	2	1	-1	1	1	-1
5	1	2	-2	4	4	-4
$\sum x = 15$	$\sum y = 15$	$\sum u_i = 0$	$\sum v_i = 0$	$\sum u_i^2 = 10$	$\sum v_i^2 = 10$	$\sum u_i v_i = -10$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{15}{5} = 3$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{15}{5} = 3$$

चर x व y के मध्य सह सम्बंध गुणांक

$$P(x,y) = \frac{n \sum u_i v_i - \sum u_i \cdot \sum v_i}{\sqrt{n \sum u_i^2 - (\sum u_i)^2} \cdot \sqrt{n \sum v_i^2 - (\sum v_i)^2}} \quad 1$$

$$= \frac{5 \times (-10) - 0 \times 0}{\sqrt{5 \times 10} \times \sqrt{5 \times 10}} = \frac{-50}{\sqrt{50} \times \sqrt{50}} = \frac{-50}{50} = -1 \quad \frac{1}{2}$$

अतः चर x व y के मध्य सहसम्बंध गुणांक = -1 1/2

(कुल = 1/2 + 1 1/2 + 1 + 1/2 + 1/2 = 4 अंक)

**अथवा OR**

(i) चर x एवं y के मध्य सह सम्बंध गुणांक = P

(ii) चर x एवं y का प्रसरण गुणांक क्रमशः

$$\bar{x}^2 \text{ एवं } \bar{y}^2.$$

सिद्ध करना है :-

$$P = \frac{\bar{x}^2 + \bar{y}^2 - \bar{x-y}^2}{2 \bar{x} \cdot \bar{y}} \quad 1$$

$$\therefore \bar{x}^2 = \frac{1}{n} \sum (x - \bar{x})^2 \text{ और } \bar{y}^2 = \frac{1}{n} \sum (y - \bar{y})^2$$

1

$$\frac{1}{n}$$

$$\therefore x-y^2 = \frac{1}{n} [(x-\bar{x}) - (\bar{y}-\bar{y})]^2$$

Cont....11

---11---

$$= \frac{1}{n} [(x-\bar{x}) - (\bar{y}-\bar{y})]^2$$

$$= \frac{1}{n} (x-\bar{x})^2 + \frac{1}{n} (\bar{y}-\bar{y})^2 - \frac{2}{n} (x-\bar{x})(\bar{y}-\bar{y})$$

$$= \frac{\sum x^2}{n} + \frac{\sum y^2}{n} - 2P \frac{\sum xy}{n}$$

$$\text{या } 2P \frac{\sum xy}{n} = \frac{\sum x^2}{n} + \frac{\sum y^2}{n} - \frac{\sum (x-y)^2}{n} \quad 1$$

$$\text{या } P = \frac{\frac{\sum x^2}{n} + \frac{\sum y^2}{n} - \frac{\sum (x-y)^2}{n}}{2 \frac{\sum xy}{n}}$$

(कुल = 1 + 1 + 1 + 1 = 4 अंक)

**Q.12 का हल**

$$\bar{x} = 7.6 \quad \bar{y} = 14.8$$

$$P = 0.99$$

$$\bar{x} = 3.6 \quad \bar{y} = 2.5$$

ज्ञात करना है :-

(i) y की x पर समाश्रयण रेखा का समीकरण

(ii) x = 12 रखने पर y का मान ज्ञात करना

y की x पर समाश्रयण रेखा का समीकरण

$$y - \bar{y} = P \frac{\bar{y}}{\bar{x}} (x - \bar{x}) \quad 1$$

$$y - 14.8 = 0.99 \times \frac{2.5}{3.6} (x - 7.6) \quad \frac{1}{2}$$

$$y = 14.8 + 0.99 \times \frac{25}{36} (12 - 7.6) \quad ( ' ' x = 12 \text{ दिया है} ) \quad \frac{1}{2}$$

$$y = 14.8 + \frac{.99 \times 25 \times 4.4}{25} \quad \frac{1}{2}$$

$$y = 14.8 + 3.025$$

$$y = 17.825 \quad \frac{1}{2}$$

(कुल = 1 + 1 + 1/2 + 1/2 + 1/2 + 1/2 = 4 अंक)

**अथवा OR**

(i) चर x का मध्यमान = 45

(ii) y का x पर समाश्रयण गुणांक = 4

(iii) x का y पर समाश्रयण गुणांक = 1/9

ज्ञात करना है :-

1

(i) चर x व y के मध्य सह सम्बंध गुणांक

(ii) x जबकि यदि y = 12

Cont....12

---12---

(i) '!' सह सम्बंध गुणांक  $P = \sqrt{byx \times bxy} \quad 1/2$   
 $= \sqrt{4 \times \frac{1}{9}} \quad 1/2$   
 $= \frac{2}{3} \quad 1/2$

(ii) '!'  $byx = P \cdot \frac{y}{x} \quad 1/2$

$y$ , P तथा  $byx$  का मान रखने पर

$4 = \frac{2}{3} \times \frac{12}{x} \quad y = 12 \text{ दिया है} \quad 1/2$

$\Rightarrow 12 \times x = 24$   
 $x = 2$

(कुल = 1 + 1/2 + 1/2 + 1/2 + 1/2 + 2 = 4 अंक)

**Q.13 का हल**

माना घन के कोर कील = a

घन का एक शीर्ष O(0,0,0)

है OA, OB, OC निर्देशांक

अक्ष X, Y, Z है ।

बिन्दु O, A, B, C, A<sup>1</sup>, B<sup>1</sup>, C<sup>1</sup>

व P के निर्देशांक है :-

$O \rightarrow (0,0,0), A \rightarrow (a,0,0), B \rightarrow (0,a,0), C \rightarrow (0,0,a)$   
 $A^1 \rightarrow (a,a,0), B^1 \rightarrow (a,0,a), C^1 \rightarrow (a,a,a), P \rightarrow (a,a,a)$  } 1

AL, BM, CN, OP घन के चार विकर्ण हैं

विकर्ण AA<sup>1</sup> के दिक्. अनुपात 0-a, a-0, a-0 -a,a,a }  
 " BB<sup>1</sup> " " (a,-a,a) } 1

माना विकर्णों AA<sup>1</sup> और BB<sup>1</sup> के बीच का कोण θ है तो

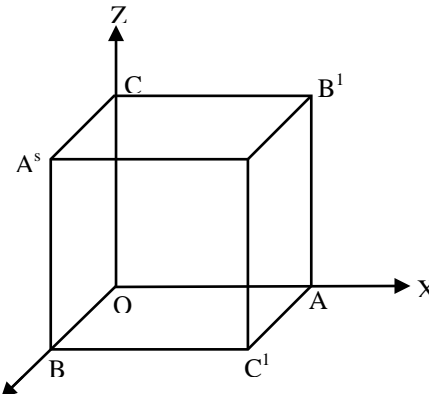
$\cos\theta = \left| \frac{a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2}{\sqrt{a^2 + a^2 + a^2} \sqrt{a^2 + a^2 + a^2}} \right| \quad 1$

$= \left| \frac{(-a)(a) + (a)(-a) + (a)(a)}{\sqrt{a^2 + a^2 + a^2} \sqrt{a^2 + a^2 + a^2}} \right| \quad 1/2$

$= \left| \frac{-a^2 - a^2 + a^2}{3a^2} \right|$

$= \frac{1}{3}$

$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) \quad 1/2$



(कुल = 1 + 1 + 1 + 1 + 1/2 + 1/2 = 5 अंक)

Cont.....13

---13---

अथवा OR

दिया है :-

समतलों के समी. है :-

$$x + 2y - z = 1 \quad \text{----- (i)}$$

$$3x - 4y + z = 5 \quad \text{----- (ii)}$$

मूल बिन्दु (0,0,0) से होकर जाने वाले समतल का समी.

$$a(x-0) + b(y-0) + c(z-0) = 0 \quad 1$$

$$\implies ax + by + cz = 0 \quad \text{----- (iii)}$$

समी. (iii) समी. (i) एवं (ii) पर लंब है ।

$$1.a + 2.b - 1.c = 0$$

$$a + 2b - c = 0 \quad \text{----- (iv)}$$

$$\text{एवं } 3a - 4b + c = 0 \quad \text{----- (v)} \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} (iv) \\ (v) \end{matrix}} \right\} 1$$

(iv) एवं (v) से -

$$\frac{a}{2-4} = \frac{b}{-3-1} = \frac{c}{-4-6} \quad 1$$

$$\implies \frac{a}{-2} = \frac{b}{-4} = \frac{c}{-10}$$

$$\implies \frac{a}{2} = \frac{b}{4} = \frac{c}{10}$$

$$\implies \frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{5} = k \quad (\text{माना})$$

$$\implies a = 2k, \quad b = 2k, \quad c = 5k \quad 1$$

समी. (iii) में a,b,c का मान रखने पर

$$kx + 2ky + 5kz = 0$$

$$\implies x + 2y + 5z = 0 \quad 1$$

(कुल = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5 अंक)

Q.14 का हल

$\Delta ABC$  की भुजा BC का मध्य

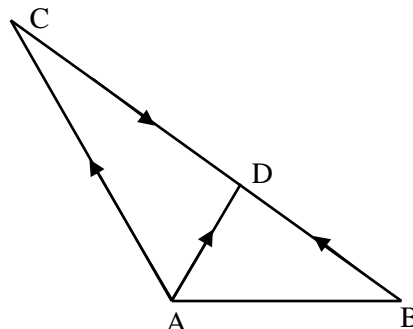
बिन्दु D है ।

$$\therefore BD = DC$$

$$\vec{BD} = \vec{DC}$$

$$\vec{BD} - \vec{DC} = \vec{0}$$

$$\vec{\quad} - \vec{\quad} = \vec{\quad}$$



1

$$BS + CD \quad CD = O \quad \text{----- (i)}$$

1  
Cont....14

---14---

$$\Delta ABC \text{ में - } \quad \vec{AB} + \vec{BD} = \vec{AD} \quad \text{----- (ii)} \quad 1$$

$$\Delta ACD \text{ में - } \quad \vec{AC} + \vec{CD} = \vec{AD} \quad \text{----- (iii)} \quad 1$$

समी. (ii) + (iii) से -

$$\vec{AB} + \vec{BD} + \vec{AC} + \vec{CD} = 2\vec{AD}$$

$$\Rightarrow \vec{AB} + \vec{AC} + (\vec{BD} + \vec{CD}) = 2\vec{AD} \quad 1/2$$

$$\Rightarrow \vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{AD} \quad 1/2$$

(कुल = 1 + 1 + 1 + 1 + 1/2 + 1/2 = 4 अंक)

अथवा OR

$\Delta ABC$  में -

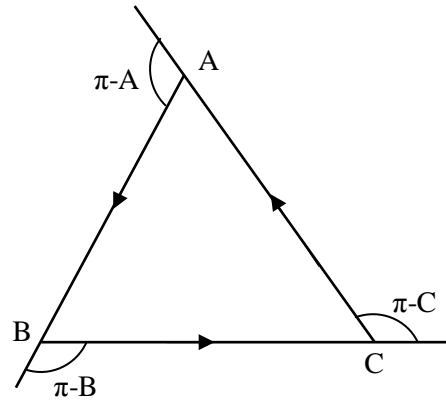
$$BC = a, CA = b, AB = c \quad 1$$

$$\therefore BC = a = |a|$$

$$CA = b = |b| \quad 1$$

$$AB = c = |c|$$

$$\text{चित्र में - } BC + CA + AB = O. \quad 1/2$$



$$BC = -CA - AB.$$

$$a = -b - c.$$

$$= -(b + c). \quad \text{----- (i)} \quad 1/2$$

दोनों पक्षों को  $a$  से गुणा करने पर -

$$a \cdot a = -a(b + c)$$

$$a^2 = -ab - ac. \quad 1/2$$

$$= -ab \cos(\pi - C) - ac \cos(\pi - B). \quad 1/2$$

$$a^2 = ab \cos C + ac \cos B. \quad 1/2$$

$$a = b \cos C + c \cos B \quad 1/2$$

(कुल = 1 + 1 + 1/2 + 1/2 + 1/2 + 1/2 + 1/2 + 1/2 = 5 अंक)

Q.15 का हल

दिया है - फलन

$$f(x) = \left. \begin{cases} 3x, & x < 3 \\ 3, & x = 2 \\ x^2, & x > 3 \end{cases} \right\}$$

सिद्ध करना है कि  $f(x)$ ,  $x = 3$  पर असंतत है ।

1



---15---

$$\text{R.H.L. } \lim_{x \rightarrow 3^+} f(3+h)$$

$$\begin{aligned} \text{Rf } (3+h) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} (3+h)^2 \\ &= (3+0)^2 \\ &= 9. \end{aligned} \quad 1$$

$$\text{LHL } \lim_{x \rightarrow \bar{3}} f(x) = \lim_{x \rightarrow \bar{0}} (3-h)$$

$$\begin{aligned} \text{Lf } (3-h) &= \lim_{x \rightarrow \bar{0}} 3(3-h) \\ &= 9. \end{aligned} \quad 1$$

$$f(3) = 3.$$

$$\therefore \text{Rf } (3+h) = \text{Lf } (3-h) \neq f(3) \quad 1$$

$$\text{अतः } f(x), x = 3 \text{ पर असंतत है ।} \quad 1$$

(कुल = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5 अंक)

अथवा OR

$$\begin{aligned} &\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2} + \dots \infty\right) - \left(1 - \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + \dots \infty\right)}{x} \quad 2 \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\left(\frac{x}{1} + \frac{x^3}{3} + \dots \infty\right)}{x} \quad 1 \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x\left(\frac{x}{1} + \frac{x^2}{3} + \dots \infty\right)}{x} \quad 1 \\ &= 2. \end{aligned} \quad 1$$

(कुल = 2 + 1 + 1 + 1 = 5 अंक)

Q.16 का हल

$$\begin{aligned} &\int \frac{dx}{2x^2 + x - 1} \\ &= \int \frac{dx}{2\left[x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\right]} \end{aligned} \quad 1$$

---16---

$$= \int \frac{dx}{2 \left[ x^2 + 2x \frac{1}{4} + \frac{1}{16} - \frac{1}{16} - \frac{1}{2} \right]}$$

$$= \int \frac{dx}{2 \left\{ \left( x + \frac{1}{4} \right)^2 - \left( \frac{3}{4} \right)^2 \right\}} \quad 1$$

$$= \frac{1}{2} \int \frac{dx}{\left( x + \frac{1}{4} \right)^2 - \left( \frac{3}{4} \right)^2}$$

$$[ x + \frac{1}{4} = t \text{ लेने पर } dx = dt. ]$$

$$= \frac{1}{2} \int \frac{dt}{t^2 - \left( \frac{3}{4} \right)^2} \quad 1$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2 \times \frac{3}{4}} \log \frac{t - \frac{3}{4}}{t + \frac{3}{4}}$$

$$= \frac{1}{4 \times \frac{3}{4}} \log \frac{x + \frac{1}{4} - \frac{3}{4}}{x + \frac{1}{4} + \frac{3}{4}} \quad 1$$

$$= \frac{1}{3} \log \frac{x - \frac{1}{2}}{x + 1} \quad \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{3} \log \frac{2x - 1}{2(x+1)} \quad \frac{1}{2}$$

(कुल = 1 + 1 + 1 + 1 + 1/2 + 1/2 = 5 अंक)

अथवा OR

$$\int \frac{dx}{3x^2 + 5x + 7}$$

$$\int \frac{dx}{a^2 3 \left( x^2 + \frac{5}{3} x + \frac{7}{3} \right)} \quad 1$$

$$\frac{1}{3} \int \frac{dx}{2 \left[ x^2 + 2x \frac{5}{6} + \frac{25}{36} - \frac{25}{36} - \frac{7}{3} \right]}$$

---17---

$$\frac{1}{3} \int \frac{dx}{\left(x + \frac{5}{6}\right)^2 + \frac{59}{36}}$$

$$\frac{1}{3} \int \frac{dx}{\left(x + \frac{5}{6}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{59}}{6}\right)^2} \quad 1$$

$$x + \frac{5}{6} = t$$

$$\frac{1}{3} \int \frac{dt}{t^2 - \left(\frac{\sqrt{59}}{6}\right)^2} \quad 1$$

$$= \frac{1}{3} \frac{1}{\frac{\sqrt{59}}{6}} \tan^{-1} \left[ \frac{t}{\frac{\sqrt{59}}{6}} \right] \quad 1$$

$$= \frac{2}{\sqrt{59}} \tan^{-1} \left[ \frac{6t}{\sqrt{59}} \right] \quad 1$$

$$\frac{2}{\sqrt{59}} \tan^{-1} \frac{6 \left(x + \frac{5}{6}\right)}{\sqrt{59}} \quad \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{\sqrt{59}} \tan^{-1} \frac{6x + 5}{\sqrt{59}} \quad \frac{1}{2}$$

(कुल = 1 + 1 + 1 + 1 + 1/2 + 1/2 = 5 अंक)

Q17 का हल

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2\cos x + 4\sin x}$$

$$\text{माना } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2(\cos^2 x/2 + \sin^2 x/2) + 4 \times 2 \sin^x/2 \cos^x/2} \quad 1$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2\cos^2 x/2 - 2\sin^2 x/2 + 8 \sin^x/2 \cos^x/2}$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sec^2 x/2}{2-2\tan^2 x/2 + 8 \tan^x/2} dx \quad \frac{1}{2}$$

$$= -\frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sec^2 x/2 dx}{\tan^2 x/2 - 4 \tan^x/2 - 1}$$

---18---

$$t = \tan^{x/2} \text{ रखने पर}$$

$$dt = \frac{1}{2} \sec 2^{x/2} dx.$$

जब  $x=0$ ,  $t=0$  तथा जब  $x = x/2$  तो  $t=1$ ,

$$\therefore I = - \int_0^1 \frac{dt}{t^2 - 4t - 1} = - \int_0^1 \frac{dt}{t^2 - 2t \cdot 2 + 4 - 5} \quad \left. \vphantom{\int_0^1} \right\} \quad 1/2$$

$$= \int_0^1 \frac{dt}{(\sqrt{5})^2 - (t-2)^2} = \frac{1}{2\sqrt{5}} \left[ \log \frac{\sqrt{5} + t - 2}{\sqrt{5} - t + 2} \right] \quad 1$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{5}} \left[ \log \frac{\sqrt{5} + 1 - 2}{\sqrt{5} - 1 + 2} - \log \frac{\sqrt{5} - 2}{\sqrt{5} + 2} \right]$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{5}} \log \frac{\sqrt{5} - 1}{\sqrt{5} + 1} \times \frac{\sqrt{5} + 2}{\sqrt{5} - 2} \quad 1/2$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{5}} \log \frac{3 + \sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} \quad \underline{\text{Ans.}} \quad 1/2$$

(कुल =  $1 + 1/2 + 1 + 1/2 + 1 + 1/2 + 1/2 = 5$  अंक)

अथवा OR

दिया वक्र  $x$  एवं  $y$  अक्ष के सममित है अतः वक्र का सम्पूर्ण क्षेत्रफल क्षेत्र OAB का 4 गुना होगा ।

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ से}$$

$$y = \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}$$

वक्र पर  $P(x,y)$  लिया

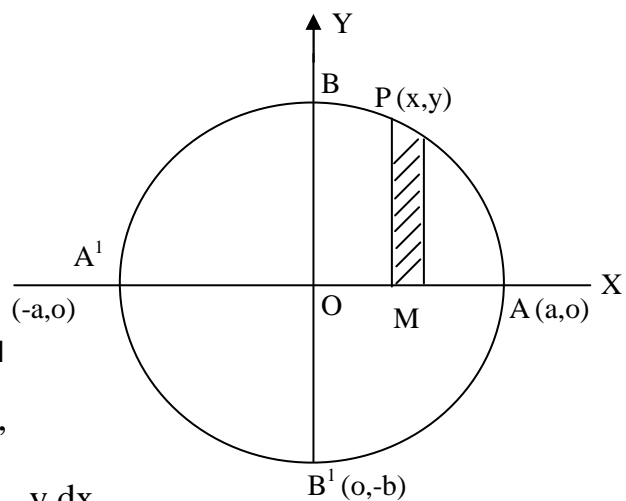
वहीं PM का क्षेत्रफल  $y dx$  है ।

o पर  $x=0$  तथा A पर  $x=a$ ,

$$\text{अभीष्ट क्षेत्रफल} = \int_0^a 4 y dx.$$

$$= 4 \int_0^a \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2} dx. \quad 1$$

$$= \frac{4b}{a} \int_0^a \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2} dx.$$



---19---

$$= \frac{4b}{a} \left[ \frac{x}{a} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1} \frac{x}{a} \right]_0^a \quad 1$$

$$= \frac{4b}{a} \left( \frac{a}{2} \sqrt{a^2 - a^2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1} 1 - 0 - \frac{a^2}{2} \sin^{-1} 0 \right) \quad 1/2$$

$$= \frac{4b}{a} \cdot \frac{a^2}{2} \sin^{-1} 1 = 2 ab \cdot \frac{\pi}{2} = \pi ab \text{ वर्ग इकाई} \quad 1/2$$

(कुल = 1 + 1 + 1 + 1 + 1/2 + 1/2 = 5 अंक)

**Q.18 का हल**

$$(1 + \cos x) dy = (1 - \cos x) dx$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} \quad 1/2$$

समाकलन करने पर  $\int dy = \int \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} dx + c \quad 1/2$

$$= \int \frac{2 \sin^2 x/2}{2 \cos^2 x/2} dx + c \quad 1$$

$$= \int \tan^2 x/2 dx + c. \quad 1$$

$$y = \int (\sec^2 x/2 - 1) dx + c. \quad 1$$

$$y = 2 \tan x/2 - x + c \quad \underline{\text{Ans.}} \quad 1$$

(कुल = 1/2 + 1/2 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5 अंक)

**अथवा OR**

$$\frac{dy}{dx} = e^{x-y} + x^2 e^{-y}$$

$$= \frac{e^x}{e^y} + \frac{x^x}{e^y} \quad 1$$

$$e^y dy = (e^x + x^2) dx. \quad 1$$

$$\int e^y dy = \int e^x dx + \int x^2 dx + c$$

1

$$e^y = e^x + \frac{x^3}{3} + c. \quad 2$$

(कुल = 1 + 1 + 1 + 2 = 5 अंक)

**Q.19 का हल**

हम जानते हैं कि लीप वर्ष में 366 दिन होते हैं अतः इसमें 52 पूर्ण सप्ताह

तथा शेष 2 दिन बचते हैं ।

} 2

366=7×52+2 इन दो दिनों के लिये निम्न सात संभावनाएँ हो सकती हैं:-

Cont....20

---20---

- |                           |   |   |
|---------------------------|---|---|
| (i) सोमवार तथा मंगलवार    | } | 1 |
| (ii) मंगलवार तथा बुधवार   |   |   |
| (iii) बुधवार तथा गुरुवार  |   |   |
| (iv) गुरुवार तथा शुक्रवार |   |   |
| (v) शुक्रवार तथा शनिवार   |   |   |
| (vi) शनिवार तथा रविवार    |   |   |
| (vii) रविवार तथा सोमवार   |   |   |

अतः शेष दो दिनों में एक रविवार होने की अनुकूल स्थितियाँ 2 (vi, vii) हैं ।

अतः शेष दो दिनों में एक रविवार होने की

$$\text{प्रायिकता} = \frac{\text{घटना के अनुकूल होने कि स्थिति की संभावना}}{\text{कुल संभव परिणामों की संख्या}} \quad 1$$

$$= \frac{2}{7} \quad 1$$

(कुल = 1 + 1 + 1 + 2 = 5 अंक)

अथवा OR

माना कि प्रतिदर्श समष्टि S के दो उपसमुच्चय A तथा B है तथा n(A), n(B), n(AUB), n(A∩B) क्रमशः समुच्चयों A, B, AUB, A∩B में अवयवों की संख्या को दर्शाते हैं :-

समुच्चय सिद्धान्त से :-

$$n(AUB) = n(A) + n(B) - n(A∩B)$$

दोनों और n(S) से भाग देने पर

$$\frac{n(AUB)}{n(S)} = \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(A∩B)}{n(S)} \quad 1$$

प्रायिकता की परिभाषा से :-

$$P(AUB) = P(A) + P(B) - P(A∩B) \quad 2$$

(कुल = 1 + 1 + 1 + 2 = 5 अंक)

Q.20 का हल

दी गई रेखाओं के समीकरण हैं :-

$$\frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{3} \quad \text{एवं} \quad \frac{x-2}{2} = \frac{y-6}{3} = \frac{z-3}{4} \quad \text{----- (i)}$$

$$\frac{x-x_1}{l} = \frac{y-y_1}{m} = \frac{z-z_1}{n}$$

समी. (i) की तुलना  $\frac{x-0}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$  से करने पर

Cont....21

---21---

$(x_1, y_1, z_1) = (0, 2, -3)$  तथा  $(x_2, y_2, z_2) = (2, 6, 3)$

$(l_1, m_1, n_1) = (1, 2, 3)$  तथा  $(l_2, m_2, n_2) = (2, 3, 4)$  1½

दोनों रेखाएँ समतलीय होने की शर्त -

$$\begin{vmatrix} x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0 \quad 1$$

$$= \begin{vmatrix} 2-0 & 6-2 & 3+3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} \quad 1$$

$$= \begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= 2(8-9) - 4(4-6) + 6(3-4)$$

$$= 2(-1) - 4(-2) + 6(-1)$$

$$= -2 + 8 - 6$$

$$= 0$$

अतः दी गई रेखाएँ समतलीय होंगी । ½

समी. (i) से  $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{3} = r$  (माना)

$$x = r, \quad y = 2r + 2, \quad z = 3r - 3,$$

एवं  $\frac{r-2}{2} = \frac{2r+2-6}{3} = \frac{3r-3-3}{4}$

$$r = 2 \quad 1$$

प्रतिच्छेद बिन्दु =  $(r, 2r+2, 3r-3)$

$$= (2, 2 \times 2 + 2, 3 \times 2 - 3)$$

$$= (2, 6, 3) \quad 1$$

(कुल = 1½ + 1 + 1 + 1½ + 1 = 5 अंक)

अथवा OR

मूल बिन्दु से होकर जाने वाले गोले का समीकरण है

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2ux + 2vy + 2wz = 0 \quad \text{----- (i)} \quad \frac{1}{2}$$

गोला (i) अक्षों को A,B,C पर मिलता है ।

Cont.....22

---22---

∴ A,B,C के निर्देशांक A(a,0,0), B(0,b,0), C(0,0,c) समी. (i) से :-  $\frac{1}{2}$

$$a^2 + 2ua = 0 \quad u = -\frac{a}{2}$$

$$b^2 + 2vb = 0 \quad v = -\frac{b}{2}$$

$$c^2 + 2wc = 0 \quad w = -\frac{c}{2} \quad \frac{1}{2}$$

समी. (i) में u,v,w का मान रखने पर

$$x^2 + y^2 + z^2 - ax - by - cz = 0 \quad \frac{1}{2}$$

इस गोले की त्रिज्या  $r = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2 - d} \quad \frac{1}{2}$

$$= \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} + \frac{c^2}{4} - 0}$$

$$= \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$$

$$4r^2 = a^2 + b^2 + c^2 \quad \text{----- (ii)} \quad \frac{1}{2}$$

माना त्रिभुज ABC का केन्द्रक  $(\alpha, \beta, \gamma)$  है

$$a = \frac{a+0+0}{3}, \quad b = \frac{0+b+0}{3}, \quad c = \frac{0+0+c}{3}$$

$$a = 3\alpha, \quad b = 3\beta, \quad c = 3\gamma \quad 1$$

समी. (ii) से -

$$4r^2 = 9\alpha^2 + 9\beta^2 + 2\gamma \quad \frac{1}{2}$$

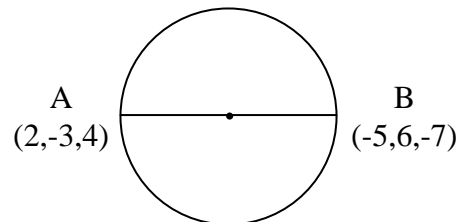
$$4r^2 = 9(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2). \quad \frac{1}{2}$$

(कुल =  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 1 = 5$  अंक)

Q.21 का हल ।

A एवं B के निर्देशांक A(2,-3,4)

एवं B(-5,6,-7) है ।



∴ A के स्थिति सदिश

$$\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k} \quad \text{एवं B के स्थिति सदिश}$$

$$\vec{b} = -5\vec{i} + 6\vec{j} - 7\vec{k} \quad \text{है ।}$$

AB को व्यास मानकर खींचे गये गोले का समी. है

$$(\vec{r} - \vec{a}) \cdot (\vec{r} - \vec{b}) = 0 \quad \frac{1}{2}$$



$$[r - (2i - 3j + 4k)] \cdot [r - (-5i + 6j - 7k)] = 0$$

$$[\vec{r} - 2i - 3j + 4k] \cdot [\vec{r} + 5i - 6j + 7k] = 0 \quad \text{----- (i)} \quad 1$$

Cont.....23

---23---

(i) में  $\vec{r} = xi + yj + zk$  रखने पर

$$[xi + yj + zk - 2i + 3j - 4k] \cdot [xi + yj + zk + 5i - 6j + 7k] = 0$$

$$[(x-2)i + (y+3)j + (z-4)k] \cdot [(x+5)i + (y-6)j + (z+7)k] = 0 \quad 1\frac{1}{2}$$

$$x^2 + 3x - 10 + y^2 - 3y - 18 - z^2 + 3z - 28 = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 3x - 3y + 3z - 56 = 0 \quad \text{----- (ii)} \quad \frac{1}{2}$$

समी. (ii) गोले का कार्तीय समीकरण है ।

स्पष्ट है कि गोले का केन्द्र  $(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$  1/2

त्रिज्या  $= \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{9}{4} + \frac{9}{4}} + 56 = \sqrt{\frac{251}{2}}$  1

(कुल = 1 + 1/2 + 1 + 1 1/2 + 1/2 + 1/2 + 1 = 6 अंक)

अथवा OR

यदि दो रेखाओं के सदिश समीकरण

$\vec{r} = \vec{a}_1 + t\vec{b}_1$  तथा  $\vec{r} = \vec{a}_2 + t\vec{b}_2$  हो तो 1

इन दोनों रेखाओं के बीच की न्यूनतम दूरी

$$d = \frac{(\vec{a}_2 - \vec{a}_1) \cdot (\vec{b}_1 \times \vec{b}_2)}{|\vec{b}_1 \times \vec{b}_2|} \quad 1$$

जहाँ

$$\vec{a}_1 = i + j$$

$$\vec{a}_2 = 2i + j - k$$

$$\vec{a}_2 - \vec{a}_1 = 2i + j - k - i - j = i - k \quad 1$$

$$\vec{b}_1 = 2i - j + k$$

$$\vec{b}_2 = 3i - 5j + 2k$$

$$\vec{b}_1 \times \vec{b}_2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= 3i - j - 7k \quad 1$$

$$\therefore d = \frac{(i - k) \cdot (3i - j - 7k)}{|3i - j - 7k|} \quad 1$$

$$= \frac{3+0+7}{\sqrt{9+1+49}}$$

$$\frac{10}{\sqrt{59}}$$

= —

(कुल = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 6 अंक)

† † † † † † † † †