प्रश्न–पत्र ब्लू प्रिन्ट
परीक्षा – हायर सेकेण्डरी

कक्षा–12 पूर्णांक–100

विषय– उच्च गणित समय–3 घण्टा

क्र.	इकाई	इकाई पर निर्धारित अंक	वस्तुनिष्ठ प्रश्न	अंकवार प्रश्नों की संख्या			कुल प्रश्न
			1 अंक	4 अंक	5 अंक	6 अंक	
1.	आंशिक भिन्न	05	01	01	–	–	01
2.	प्रतिलोम फलन	05	01	01	–	–	01
3. 4. 5.	समतल ज्यामितीय समतल सरल रेखा एवं गोला	15	04	–	01	01	02
6. 7. 8.	सदिश सदिशों का गुणनफल सदिशों का त्रिविमीय ज्यामितीय में अनुप्रयोग	15	04	–	01	01	02
9.	फलन, सीमा तथा सांतत्य	05	–	–	01	–	01
10. 11.	अवकलन कठिन अवकलन	10	02	02	–	–	02
12.	अवकलन का अनुप्रयोग	05	01	01	–	–	01
13. 14. 15.	समाकलन कठिन समाकलन निश्चित समीकलन	15	05	–	02	–	02
16.	अवकल समीकरण	05	–	–	01	–	01
17.	सहसंबंध	05	01	01	–	–	01
18.	समाश्रयण	05	01	01	–	–	01
19.	प्रायिकता	05	–	–	01	–	01
20.	आंकिक विधियाँ	05	05	–	–	–	–
	कुल	100	25	07	07	02	16

हायर सेकण्डरी स्कूल परीक्षा–2012–2013
HIGHER SECONDARY SCHOOL EXAMINATION
प्रादर्श प्रश्न–पत्र
Model Question Paper

उच्च गणित
HIGHER MATHEMATICS
(Hindi and English Versions)

Time– 3 घंटे Maximum Marks–100

निर्देश–

(1) सभी प्रश्न हल करना अनिवार्य है।
(2) प्रश्नों पर आधारित अंक उनके सम्मुख दर्शाए गए हैं।
(3) प्रश्न क्र. 1 से 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं।
(4) प्रश्न 6 से 21 तक प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।

Instructions

(1) All questions are compulsory to solve.
(2) Marks have been indicated against each question
(3) From Question No. 1 to five are objective type questions
(4) Internal options are given in question No. 6 to 21

खण्ड–अ (Section-A) वस्तुनिष्ठ प्रश्न (Objective Type Questions)

प्रश्न–1 प्रत्येक वस्तुनिष्ठ प्रश्न में दिए गए विकल्पों में से सही उत्तर चुनिए–

(i) $\frac{1}{x(x+2)}$ के आंशिक भिन्न हैं–

(a) $\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}$ (b) $\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+1}$

(c) $\frac{1}{2}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{x+2}\right]$ (d) $\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+1}$

(ii) $\tan^{-1}\frac{1}{2}+\tan^{-1}\frac{1}{3}$ का मान है–

(a) $\tan^{-1}\frac{1}{6}$ (b) $\frac{\pi}{3}$

(d) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{6}$

(iii) बिन्दु (4, 3, 5) की Y अक्ष से दूरी है–

(a) $\sqrt{34}$ (b) 5

(c) $\sqrt{41}$ (d) $\sqrt{15}$

(iv) उस समतल का समीकरण जो अक्षों से इकाई लंबाई के अन्तः खण्ड काटता है, है–

(a) $x + y + z = 0$ (b) $x + y + z = 1$

(c) $x + y + z = 3$ (d) $x + y + z = -1$

(v) यदि किसी रेखा के दिक्अनुपात 1, –3, 2 हो तो उस रेखा की दिककोज्याएँ हैं–

(a) $\frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{-3}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}}$

(c) $\frac{-1}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}}, \frac{-2}{\sqrt{14}}$ (d) $\frac{-1}{\sqrt{14}}, \frac{-2}{\sqrt{14}}, \frac{-3}{\sqrt{14}}$

Write the correct anwer from the given options provided in every objective type question

(i) Partial fractions of $\frac{1}{x(x+2)}$ are–

(a) $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$ (b) $\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+1}$

(c) $\frac{1}{2}\left[\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2}\right]$ (d) $\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+1}$

(ii) The value of $\tan^{-1}\frac{1}{2} + \tan^{-1}\frac{1}{3}$ is–

(a) $\tan^{-1}\frac{1}{6}$ (b) $\frac{\pi}{3}$

(d) $\frac{\pi}{4}$ (d) $\frac{\pi}{6}$

(iii) Distance of the point (4, 3, 5) from Y axis is–

(a) $\sqrt{34}$ (b) 5

(c) $\sqrt{41}$ (d) $\sqrt{15}$

(iv) Equation of a plane which cuts the unit intercepts with the coordinate axis is

(a) $x + y + z = 0$ (b) $x + y + z = 1$

(c) $x + y + z = 3$ (d) $x + y + z = -1$

(iv) If direction ratios of a line are 1, –3, 2 then direction consines of line are

(a) $\frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{-3}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}}$

(c) $\frac{-1}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}}, \frac{-2}{\sqrt{14}}$ (d) $\frac{-1}{\sqrt{14}}, \frac{-2}{\sqrt{14}}, \frac{-3}{\sqrt{14}}$

प्रश्न–2. निम्नलिखित कथनों में सत्य/असत्य कथन छाँटकर अपनी उत्तरपुस्तिका में लिखिए।

(i) बिन्दुओं (1, 2, 3) और (4, 5, 6) को मिलाने वाली रेखा के दिक्अनुपात –5, 3, –9 हैं।

(ii) तीन असमान्तर, अशून्य सदिश समतलीय होने के लिए उनका अदिश त्रिक गुणनफल शून्य होता है।

(iii) $\sin(\cos^{-1} x)$ का अवकलन गुणांक शून्य होता है।

(iv) $\sin x + \cos x$ का महत्तम मान 2 है।

(v) $\hat{i}\hat{i} + \hat{j}.\hat{j} + \hat{k}.\hat{k}$ का मान 3 है।

Write True / False in the following statement—

(i) The direction ratios of the line joining the points (1, 2, 3) and (4, 5, 6) are –5, 3, –9

(ii) If three non parallel non zero vectos are coplaner than the scalar triple product of them will be zero.

(iii) The differential Coefficient of $\sin(\cos^{-1} x)$ is zero.

(iv) The maximum value of $\sin x + \cos x$ is 2

(v) The value of $\hat{i}\hat{i} + \hat{j}.\hat{j} + \hat{k}.\hat{k}$ is 3.

प्रश्न–3. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए–

(i) $\sin x$ का nवाँ अवकलज .... होता है।

(ii) लेग्राज सर्वसमिका से $(\vec{a}.\vec{b}).(\vec{c}\times\vec{d})$ ....

(iii) $\rho\dfrac{\sigma x}{\sigma y}$ को .... समाश्रयण गुणांक कहते हैं।

(iv) यदि $0.75 \leqslant r < 1$ हो तो चरों में .... सह–संबंध होता है।

(v) दो अशून्य सदिश $\vec{a}$ और $\vec{b}$ समांतर होते हैं यदि और यदि.................

Fill in the Blanks—

(i) The n^{th} derivative of $\sin x$ is ....

(ii) By Lagrang's inequality $(\vec{a}.\vec{b}).(\vec{c}\times\vec{d})$ = ...

(iii) $\rho\dfrac{\sigma x}{\sigma y}$ is .... regression Coefficient

(iv) If $0.75 \leqslant r < 1$ then .... Co-relation in variables.

(v) Two non zero vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are parallel if and only if ....

प्रश्न–4. खण्ड अ के लिए खण्ड ब में से सही उत्तर चुनकर जोड़ी बनाइए।

Match the Column by choosing from section (B) for section (A)

	खण्ड अ (Section-A)		खण्ड ब (Section-B)
(i)	$\int \tan x \, dx$	(a)	$\sin^{-1}\dfrac{x}{a} + c$

(ii)	$\int \frac{1}{1+x^2}\ dx$	(b)	$\frac{1}{a}\ \sec^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)+\ c$
(iii)	$\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}\ dx$	(c)	$\operatorname{cosec}^{-1}\ \frac{x}{a}+\ c$
(iv)	$\int \frac{-1}{\sqrt{a^2-x^2}}$	(d)	$-\log\ (\cos\ x)\ +\ c$
(v)	$\int \frac{-1}{a^2+x^2}\ dx$	(e)	$\tan^{-1} x\ +\ c$
		(f)	$\cos^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)\ +\ c$
		(g)	$\frac{1}{a}\ \cot^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)\ +\ c$

प्रश्न–5. निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर एक शब्द/वाक्य में लिखिए–

(i) न्यूटन रैफसन विधि से किसी संख्या का वर्गमूल् ज्ञात करने का सूत्र लिखिए।

(ii) आंकिक विधियों से संबंधित समलम्ब चतर्भुज नियम हेतु सूत्र लिखिए।

(iii) आंकिक विधियों से संबंधित सिम्पसन का एक तिहाई नियम लिखिए।

(iv) न्यूटन रैफसन विधि से किसी संख्या y का घनमूल ज्ञात करने की विधि का सूत्र लिखिए।

(v) 0.3542E05 + 0.2681 E05 का मान लिखिए।

Write the anwer of each question in one word/sentence of the following—

(i) Write the formula for square root of a number by Newton Reiphsons method.

(ii) Write the formula Simpson's rule related by numerical method.

(iii) Write one thrid rule of Simson's related to numerical method.

(iv) Write the formula for cube root of a number by Newtan's reiphsons method.

(v) Write the value of 0.3542E05 + 0.2681 E05.

खण्ड–ब (Section-B)

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न (Very Short Answer Type Questions)

प्रश्न–6. निम्न व्यंजकों को आंशिक भिन्न में व्यक्त कीजिए। (4 अंक)

$$\frac{1}{x^2-5x+6}$$

Solve following expression into partial Fractions

$$\frac{1}{x^2-5x+6}$$

अथवा (or)

$\frac{2x+5}{(x-1)(x-2)}$ को आंशिक भिन्नों में व्यक्त करो–

$\frac{2x+5}{(x-1)(x-2)}$ Solve in partial fractions

प्रश्न–7. सिद्ध कीजिए कि– (4 अंक)

$$\tan^{-1}\left(\frac{a-b}{1+ab}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{b-c}{1+bc}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{c-a}{1+ca}\right) = 0$$

Prove that- $\tan^{-1}\left(\frac{a-b}{1+ab}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{b-c}{1+bc}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{c-a}{1+ca}\right) = 0$

अथवा (or)

सिद्ध करो कि $\sin^{-1}\frac{3}{5} + \cos^{-1}\frac{12}{13} = \sin^{-1}\frac{56}{65}$

Prove that– $\sin^{-1}\frac{3}{5} + \cos^{-1}\frac{12}{13} = \sin^{-1}\frac{56}{65}$

प्रश्न–8. यदि $y = \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \sqrt{\log x \ldots\ldots\ldots \infty}}}$ **हो तो** (4 अंक)

सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x(2y-1)}$

If $y = \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \sqrt{\log x \ldots\ldots\ldots \infty}}}$ then prove

that $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x(2y-1)}$

अथवा (or)

$y = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

Differentiate $y = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$ with respect to x.

प्रश्न–9. $\log\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right)$ **का** x **के सापेक्ष अवकलन करो।** (4 अंक)

Differentiate $\log\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right)$ with respect to x

अथवा (or)

$\sqrt{\tan x}$ का प्रथम सिद्धांत के द्वारा अवकल गुणांक ज्ञात करो।

Find differential coefficient of $\sqrt{\tan x}$ by the first principle

प्रश्न–10. एक कण ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर फेंका जाता है। गति का समीकरण $S = ut - 4.9\,t^2$ है। 20 मीटर की ऊँचाई पर पहुँचने के लिए कण का प्रारंभिक वेग ज्ञात करो। (4 अंक)

A particle is thrown vertically upwards. The law of motion is $S = ut - 4.9t^2$. Find the initial velocity of the particle to reach the height of 20 metres

अथवा (or)

सिद्ध कीजिए फलन $x^3 - 3x^2 + 3x + 7$ का मान बिन्दु $x = 1$ पर न तो उच्चिष्ठ और न ही निम्निष्ठ है।

Prove that function $x^3 - 3x^2 + 3x + 7$ neither have a maxima nor minima at $x = 1$

प्रश्न–11. निम्न आँकड़ों से समाश्रयण रेखाओं के समीकरण ज्ञात करो। (4 अंक)

x	2	4	6	8	10
y	6	5	4	3	2

Find the equation of regression of lines from the following data

x	2	4	6	8	10
y	6	5	4	3	2

अथवा (or)

निम्न आँकड़ों के आधार पर x की y पर समाश्रयण रेखा का समीकरण ज्ञात करो। यदि $y = 90$ तो x का मान ज्ञात करो।

श्रेणी	x	y
समान्तर माध्य	18	100
मानक विचलन	14	20

x और y में सह संबंध गुणांक $= 0.8$

From the followoing data. Find the line of regression of x on y and estimate the value of x, if $y = 90$.

Series	x	y
Arithmetic Mean	18	100
Standard Deviation	14	20

Coefficient of coreelation between x and y $= 0.8$

प्रश्न–12. कार्ल पियर्सन विधि का प्रयोग कर निम्न आँकड़ों से सह–संबंध गुणांक ज्ञात कीजिए। (4 अंक)

x	3	4	6	8	9
y	90	100	130	160	170

Find the coefficient of correlation between x and y by using Karl Pearson's method from following data

x	3	4	6	8	9
y	90	100	130	160	170

अथवा (or)

सिद्ध कीजिए कि सह–संबंध गुणांक r का मान -1 से $+1$ के बीच होता है।

Prove that the value of coefficent of correlation lines between -1 and $+1$

लघु उत्तरीय प्रश्न (Short Answer Type Questions)

प्रश्न–13. एक समतल अक्षों को बिन्दु *ABC* पर मिलता है, इससे बने ΔABC का

केन्द्रक (a, b, c) है। सिद्ध कीजिए कि समतल का समीरण $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=3$ **है।**

(5 अंक)

A plane intercepts the coordinate axis at ABC respectively the centroid of ΔABC is (a, b, c) then prove that the equation of plane is $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=3$.

अथवा (or)

उस समतल का समीकरण ज्ञात करो जो मूल बिन्दु से होकर जाता है और समतलों $x + 2y - z = 1$ तथा $3x - 4y + 2 = 5$ पर लंब हो।

Find the equation of a plane which passes through the origin and perpendicular to the planes $x + 2y - z = 1$ and $3x - 4y + 2 = 5$.

प्रश्न–14. यदि ΔABC का केन्द्रक G हो तो सिद्ध कीजिए कि (5 अंक)

$$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{O}$$

If G be the centriod of a triangle ABC then prove that $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{O}$

अथवा (or)

सदिशों के योग का साहचर्य नियम लिखिए एवं उसे सिद्ध कीजिए

State and prove Associative law of vector addition

प्रश्न–15. यदि f(x) = log $\frac{1-x}{1+x}$ **हो तो सिद्ध करो कि–** (5 अंक)

$$f(a) + f(b) = f\left(\frac{a+b}{1+ab}\right)$$

If f(x) = log $\frac{1-x}{1+x}$ then prove that–

$$f(a) + f(b) = f\left(\frac{a+b}{1+ab}\right)$$

अथवा (or)

$\lim_{x\to 0}\frac{\tan x-\sin x}{x^3}$ का मान ज्ञात करो।

Evaluate $\lim_{x\to 0}\frac{\tan x-\sin x}{x^3}$

प्रश्न–16. $\int\frac{dx}{5+4\sin x}$ **का मान ज्ञात करो–** (5 अंक)

Evaluate $\int\frac{dx}{5+4\sin x}$

अथवा (or)

$\int \frac{dx}{2x^2+6x+8}$ का मान ज्ञात करो

Evaluate $\int \frac{dx}{2x^2+6x+8}$

प्रश्न–17. दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2} = 1$ **का क्षेत्रफल ज्ञात करो।** (5 अंक)

Find the area of ellipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2} = 1$

अथवा (or)

सिद्ध कीजिए कि $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{\sin x+\cos x}\, dx = \frac{\pi}{4}$

Prove that $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{\sin x+\cos x}\, dx = \frac{\pi}{4}$

प्रश्न–18. अवकल समीकरण हल कीजिए।

$\sec^2 x \tan y \, dx + \sec^2 y \,.\, \tan x \, dy = 0$

Solve the following differential equation

$\sec^2 x \tan y \, dx + \sec^2 y \,.\, \tan x \, dy = 0$

अथवा (or)

निम्न अवकल समीकरण को हल करो।

$(1 + y^2)\, dx = (\tan^{-1} y - x)\, dy$

Solve the following differential equation

$(1 + y^2)\, dx = (\tan^{-1} y - x)\, dy$

प्रश्न–19. किसी प्रश्न को हल करने के *A* के प्रतिकूल संयोगानुपात 4 : 3 तथा उसी प्रश्न को हल करने के B के अनूकूल संयोगानुपात 7 : 5 हैं। यदि दोनों हल करने की कोशिश करते हैं प्रश्न के हल होने की प्रायिकता ज्ञात करो। (5 अंक)

The odds against A solving a problem are 4 : 3 and odds in favour of *B* solving that problem are 7 : 5. What is the probability that the problem will be solved if they both try.

अथवा (or)

एक पाँसे को दो बार उछाला जाता है। 4 से अधिक अंक आना सफलता माना जाता है। सफलतओं की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए।

A die is thrown twice A number greater than 4 is taken success find the probablity distribution of number of successes.

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (Long Answer Type Question)

प्रश्न–20. सिद्ध कीजिए कि रेखाएँ $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{4}$ **और .** $\frac{x-2}{3}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-4}{5}$ **समतलीय हैं। इन रेखाओं के प्रतिच्छेद बिन्दु ज्ञात करो।**

(6 अंक)

Prove that the lines $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{4}$ and $\frac{x-2}{3}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-4}{5}$ are coplaner also find the point of intersection of lines.

अथवा (or)

उस गोले का समीकरण ज्ञात करो जो बिन्दुओं (1, –3, 4), (1, –5, 2) और (1, –3, 0) से होकर जाता है तथा जिसका केन्द्र समतल $x + y + z = 0$ पर स्थित है।

Find the equation of sphere which passes through the points (1, –3, 4), (1 –5, 2) and (1, –3, 0) whose centre lines on the plane $x + y + z = 0$

प्रश्न–21. निम्न रेखाओं के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात करो। (6 अंक)

$$\vec{r}=\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}+\lambda\left(\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}\right)$$

$$\vec{r}=2\hat{i}-\hat{j}-\hat{k}+\mu\left(2\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k}\right)$$

Find the shortest distance between two following lines–

$$\vec{r}=\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}+\lambda\left(\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}\right)$$

$$\vec{r}=\left(2\hat{i}-\hat{j}-\hat{k}\right)+\mu\left(2\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k}\right)$$

अथवा (or)

निम्न बिन्दुओं से होकर जाने वाले समतल का समीरण ज्ञात करो।

$-2\hat{i}+6\hat{j}-6\hat{k}\,, 3\hat{i}+10\hat{j}-9\hat{k}$ और $-5\hat{i}-6\hat{k}$

Find the equation of plane passing through the points.

$-2\hat{i}+6\hat{j}-6\hat{k}\,, 3\hat{i}+10\hat{j}-9\hat{k}$ and $-5\hat{i}-6\hat{k}$

आदर्श उत्तर

उत्तर–1

(i) (c) $\frac{1}{2}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{x+2}\right]$ (ii) (c) $\frac{\pi}{4}$

(iii) (c) $\sqrt{41}$ (iv) (b) x + y + z = 1

(v) (a) $\frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{-3}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}}$

उत्तर–2

(i) **असत्य** (ii) **सत्य**

(iii) **असत्य** (iv) **असत्य**

(v) **सत्य**

उत्तर–3

(i) $\sin\left(\frac{n\pi}{2}+x\right)$

(ii) $\begin{vmatrix} \vec{a}\vec{c} & \vec{a}\vec{a} \\ \vec{b}\vec{c} & \vec{b}\vec{d} \end{vmatrix}$

(iii) x का y पर

(iv) उच्चस्तरीय धनात्मक

(v) $\vec{a}\times\vec{b}=0$

उत्तर–4. सही जोड़ियाँ–

खण्ड अ	**खण्ड ब**
(i) $\int \tan x\, dx$	(d) $-\log(\cos x) + c$
(ii) $\int \frac{1}{1+x^2}\, dx$	(e) $\tan^{-1} x + c$
(iii) $\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}\, dx$	(a) $\sin^{-1}\frac{x}{a} + c$
(iv) $\int \frac{-1}{\sqrt{a^2-x^2}}$	(c) $\text{cosec}^{-1} + \frac{x}{a}\; c$
(v) $\int \frac{-1}{a^2+x^2}\, dx$	(g) $\frac{1}{a}\cot^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c$

उत्तर–5.

(i) $x_{n+1} = \frac{1}{2}\left(x_n + \frac{N}{x_n}\right)$

(ii) $\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{2}\,[y_o + y_n + 2\,\{y_1 + y_2 + \ldots\ldots\ldots.y_{n-1}\}]$ यहाँ $h = \frac{b-a}{n}$

(iii) $\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}\,[y_o + 4\,(y_1 + y_3 + \ldots\ldots..y_{n-1}) + 2\,(y_2 + \ldots\ldots..y_{n-1}) + y_n]$

(iv) $x_{n+1} = \frac{1}{3}\left(2x_n + \frac{N}{{x_n}^2}\right)$

उत्तर–6.

हर के गुणनखंड करने पर

$$\begin{aligned} x^2 - 5x + 6 &= x^2 - 2x - 3x + 6 \\ &= x\,(x-2) - 3\,(x-2) \\ &= (x-2)\,(x-3) \end{aligned}$$ (1 अंक)

अतः $$\frac{1}{x^2-5x+6} = \frac{1}{(x-3)(x-2)}$$

$$\frac{1}{x^2-5x+6} = \frac{1}{(x-3)(x-2)} = \frac{A}{(x-3)} + \frac{B}{(x-2)}$$ माना ....(I) (1 अंक)

या $$\frac{1}{(x-3)(x-2)} = \frac{A(x-2)+B(x-3)}{(x-3)(x-2)}$$

या $$1 = A\ (x - 2) + B\ (x - 3) \text{ ....(II)}$$

समीकरण II में $x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$ रखने पर

$$1 = A\ (3 - 2) + 0$$ (1 अंक)

$\therefore$ $$A = 1$$

इसी प्रकार समीकरण II में $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$ रखने पर

$$1 = 0 + B\ (2 - 3)$$

या $$1 = -B$$

$\therefore$ $$B = 1$$

अतः $$\frac{1}{x^2-5x+6} = \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-2}$$ (1 अंक)

प्रश्न–6 का अथवा का उत्तर

$$\frac{2x+5}{(x-1)(x-2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2} \text{ (माना) ....(I)}$$ (1 अंक)

या $$\frac{2x+5}{(x-1)(x-2)} = \frac{A(x-2)+B(x-1)}{(x-1)(x-2)}$$

या $$2x + 5 = A\ (x - 2) + B\ (x - 1) \text{ ....(II)}$$ (1 अंक)

समीकरण II में $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$ रखने पर

$$2 \times 2 + 5 = 0 + B\ (2 - 1)$$

या $$B = 9$$ (1 अंक)

समीकरण II में $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$ रखने पर

$$2 \times 1 + 5 = A\ (1 - 2) + 0$$

या $$7 = -A$$

$\therefore$ $$A = -7$$

अतः वांछित आंशिक भिन्न

$$\frac{2x+5}{(x-1)(x-2)} = \frac{-7}{(x-1)} + \frac{9}{x-2}$$ (1 अंक)

प्रश्न–7 का उत्तर

हम जानते हैं कि–

सूत्र $$\tan^{-1} x - \tan^{-1} y = \tan^{-1} \frac{(x-y)}{(1+xy)} \text{ .....(I)}$$ (1 अंक)

उपर्युक्त सूत्र में

$x = a$ एवं $y = b$ रखने पर

$$\tan^{-1} a - \tan^{-1} b = \tan^{-1} \left(\frac{a-b}{1+ab}\right) \text{ .....(II)}$$ (1 अंक)

इसी प्रकार

$$\tan^{-1} b - \tan^{-1} c = \tan^{-1}\left(\frac{b-c}{1+bc}\right) \qquad .....(III)$$

एवं $$\tan^{-1} c - \tan^{-1} a = \left(\frac{c-a}{1+ca}\right) \qquad ......(IV)$$

अतः $$\tan^{-1}\left(\frac{a-b}{1+ab}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{b-c}{1+bc}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{c-a}{1+ca}\right)$$

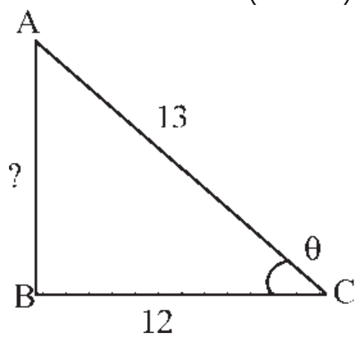
$$= \tan^{-1} a - \tan^{-1} b + \tan^{-1} b - \tan^{-1} c + \tan^{-1} c - \tan^{-1} a$$

$$= 0$$ (1 अंक)

अतः स्पष्टतः $$\tan^{-1}\left(\frac{a-b}{1+ab}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{b-c}{1+bc}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{c-a}{1+ca}\right)$$ (1 अंक)

अथवा

$$\sin^{-1}\frac{3}{5} + \cos^{-1}\frac{12}{13} = \sin^{-1}\frac{56}{65}$$ (1 अंक)



माना $$\cos^{-1}\frac{12}{13} = \theta \qquad ......(I)$$

तब $$\cos\theta = \frac{12}{13}$$

समकोण ΔABC में

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

या $$13^2 = AB^2 + (12)^2$$

या $$AB = 5$$

अतः $$\sin\theta = \frac{5}{13} \qquad \therefore \quad \theta = \sin^{-1}\frac{5}{13} \qquad ......(I)$$

स्पष्टः $$\cos^{-1}\frac{12}{13} = \sin^{-1}\frac{5}{13}$$ (समीकरण (I) से)

अब L.H.S. $$\sin^{-1}\frac{3}{5} + \cos^{-1}\frac{12}{13}$$

$$= \sin^{-1}\frac{3}{5} + \sin^{-1}\frac{5}{13} \qquad ......(II)$$

हम जानते हैं कि (सूत्र)–

$$\sin^{-1} x + \sin^{-1} y = \sin^{-1}\left[x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2}\right]$$ (1 अंक)

अतः $$\sin^{-1}\frac{3}{5} + \cos^{-1}\frac{12}{13}$$

$$= \sin^{-1}\frac{5}{3} + \sin^{-1}\frac{5}{13}$$

$$= \sin^{-1}\left[\frac{3}{5}\sqrt{1-\left(\frac{5}{13}\right)^2}+\frac{5}{13}\sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2}\right]$$ (1 अंक)

$$= \sin^{-1}\left[\frac{3}{5}\times\frac{12}{13}+\frac{5}{13}\times\frac{4}{5}\right]$$

$$= \sin^{-1}\left(\frac{56}{65}\right)$$ (1 अंक)

स्पष्टः $\sin^{-1}\frac{5}{3}+\cos^{-1}\frac{12}{13} = \sin^{-1}\left(\frac{56}{65}\right)$

प्रश्न–8 का उत्तर

दिया है– $y = \sqrt{\log x+\sqrt{\log x+\log x.........\infty}}$ ......(I)

या $y = \sqrt{\log x + y}$ (1 अंक)

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$y^2 = \log x + y$$

या $y^2 - y = \log x$ (1 अंक)

दोनों पक्षों का x के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$\frac{d}{dx}(y^2 - y) = \frac{d}{dx}(\log x)$$ (1 अंक)

या $2y\frac{dy}{dx}-\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$

या $(2y-1)\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$

$\therefore$ $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x(2y-1)}$ (1 अंक)

अथवा का उत्तर–

दिया है $y = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$y^2 = \frac{1-x}{1+x}$$ ....(I) (1 अंक)

समी. I का दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$\frac{d}{dx}(y^2) = \frac{d}{dx}\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$$ (1 अंक)

या $2y\frac{dy}{dx} = \frac{-1-x+x-1}{(1+x)^2}$ (भागफल सूत्र)

या $$2y\frac{dy}{dx} = \frac{-2}{(1+x)^2}$$

या $$\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{y(1+x)\,(1+x)}$$

y का अंश व हर में गुणा करने पर

या $$\frac{dy}{dx} = \frac{-y}{y^2(1+x)\,.\,(1+x)}$$ (1 अंक)

या $$\frac{dy}{dx} = \frac{-y}{\left(\frac{1-x}{1+x}\right).\,(1+x)\,.\,(1+x)} \qquad \because\ y^2 = \frac{1-x}{1+x}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x^2-1}$$ (1 अंक)

प्रश्न–9 का उत्तर

हल– माना कि $$y = \log\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right)$$

दोनों पक्षों का x के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left[\log\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right)\right]$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right) = t \text{ (माना)}$$ (1 अंक)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(\log\ t)$$

$$= \frac{d}{dt}\ \log\ t\ \frac{dt}{dx}\ \left[\because \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt}\cdot\frac{dt}{dx}\right]$$ (1 अंक)

$$= \frac{1}{t}\cdot\frac{d}{dx}\left[\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right)\right] \qquad [\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2} = \text{u लेने पर}]$$

$$= \frac{1}{t}\cdot\frac{d}{du}\ \tan\text{u}\ \frac{d}{dx}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right)$$ (1 अंक)

$$= \frac{1}{t}\ \sec^2\text{u}\ .\ \frac{d}{dx}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right)}\ \sec^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right)\ .\ \frac{1}{2}$$

u एवं t के मान वापिस करने पर

$$= \frac{1}{2} \frac{\sec^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right)}$$

अतः $$\frac{d}{dx}\left[\log \tan\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right] = \frac{1}{2} \frac{\sec^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right)}$$ (1 अंक)

प्रश्न–9 का अथवा का उत्तर

हल– माना $$f(x) = \sqrt{\tan x}$$

$$f(x+h) = \sqrt{\tan(x+h)}$$

सूत्र $$\frac{d}{dx}f(x) = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$ (1 अंक)

$$\frac{d}{dx}\sqrt{\tan x} = \lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{\tan(x+h)}-\sqrt{\tan x}}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{\tan(x+h)}-\sqrt{\tan x}}{h}\times\frac{\sqrt{\tan(x+h)}+\sqrt{\tan x}}{\sqrt{\tan(x+h)}+\sqrt{\tan x}}$$

(1 अंक)

(अंश व हर में $\sqrt{\tan(x+h)} \times \sqrt{\tan x}$ का गुणा करने पर)

$$= \lim_{h\to 0}\frac{\tan(x+h)-\tan x}{\sqrt{\tan(x+h)}+\sqrt{\tan x}}$$ (1 अंक)

$$= \lim_{h\to 0}\frac{\sin h}{2h\cos(x+h)\cos x.(\sqrt{\tan(x+h)}+\sqrt{\tan x})}$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{1}{2}\left(\frac{\sin h}{h}\right)\lim_{h\to 0}\frac{1}{\cos(x+h)\cos x.\left[\sqrt{\tan(x+h)}+\sqrt{\tan x}\right]}$$

$$= \frac{1}{2}\frac{1}{\cos x.\cos x.\sqrt{\tan x}}$$

$$= \frac{1}{2}\frac{\sec^2 x}{\sqrt{\tan x}}$$ (1 अंक)

प्रश्न–10 का उत्तर

हल– दिया है कि $S = ut - 4.9\,t^2$ ....(I)

समीकरण (I) को t के सापेक्ष अवकलन करने पर

वेग $\frac{dS}{dt} = u - 9.8\ t$ ......(II) (1 अंक)

जब कण महत्तम ऊँचाई पर पहुँचता है तब उसका वेग शून्य होगा

तब $u - 9.8\ t = 0$

या $t = \frac{u}{9.8}$ (1 अंक)

समीकरण (I) से $20 = u \cdot \left(\frac{u}{9.8}\right) - 4.9 \left(\frac{u}{9.8}\right)^2$ (1 अंक)

या $20 = \frac{u^2}{9.8} - \frac{u^2}{2 \times 9.8}$

या $u^2 = 20 \times 2 \times 9.8$

या $u^2 = 392$

या $u = \sqrt{392}$

$\therefore$ $u = 14\sqrt{2}$ मी/से. (1 अंक)

प्रश्न–10 का अथवा का उत्तर

माना $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 7$ ......(I)

x के सापेक्ष अवकलन करने पर–

तब $\frac{dy}{dx} = 3x^2 - 6x + 3$ ......(II) (1 अंक)

पुनः x के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 6x - 6 \quad .....(III) \quad (1 \text{ अंक})$$

फलन के उच्चिष्ठ या निम्निष्ठ होने के लिए

$$\frac{dy}{dx} = 0$$

तब $3x^2 - 6x + 3 = 0$

या $x^2 - 2x + 1 = 0$

या $(x - 1)^2 = 0$

$x = 1$

$x = 1$ के लिए $\frac{d^2y}{dx^2} = 6\ (1 - 1)$

या $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$ (अनिश्चितता) (1 अंक)

समीकरण (III) को x के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$\frac{d^3y}{dx^3} = 6 \neq 0 \quad (1 \text{ अंक})$$

अतः फलन का $x = 1$ पर न तो उच्चिष्ठ एवं न ही निम्निष्ठ मान है।

प्रश्न–11 का उत्तर

हल–

x	y	x^2	y^2	xy
2 4 6 8 10	6 5 4 3 2	4 16 36 64 100	36 25 16 9 4	12 20 24 24 20
$\Sigma x = 30$	$\Sigma y = 20$	$\Sigma x^2 = 220$	$\Sigma y^2 = 90$	$\Sigma xy = 100$

(2 अंक)

माना कि y की x पर समाश्रयण रेखा का समीकरण निम्नानुसार है–

$$\Sigma y = na + b\Sigma x$$

या $$20 = 5a + 30b \quad .....(I)$$

(उपर्युक्त सारणी से मान रखने पर)

एवं $$\Sigma xy = a\Sigma x + b\Sigma x^2$$

या $$100 = 30a + 220\,b \quad .....(II)$$ (1 अंक)

समीकरण (I) व समीकरण (II) को हल करने पर

$$a = 7$$

$$b = -\frac{1}{2}$$

अतः y की x पर समाश्रयण रेखा का समीकरण

$$y = 7 - 0.5\,x$$ (1 अंक)

प्रश्न–11 का अथवा का उत्तर–

हल– हम जानते हैं कि समाश्रयण गुणांक (x का y पर)

$$bxy = \sigma\frac{\sigma x}{\sigma y}$$ (1 अंक)

$$= 0.8 \times \frac{14}{20}$$

$$= 0.56$$

x की y पर समाश्रयण रेखा का समीकरण

$$x - \bar{x} = bxy\ (y - \bar{y})$$ (1 अंक)

या $$x - 18 = 0.56\ (y - 100)$$ $(\bar{x} = 18\ ,\ \bar{y} = 100)$

या $$x = 38 + 0.56\ y$$ (1 अंक)

अब चूँकि $$y = 90$$

तब $$x = -38 + 0.56 \times 90$$

या $$x = 12.4$$ (1 अंक)

प्रश्न— 12 का उत्तर

हल— $\bar{X} = \frac{\Sigma x}{n}$

$= \frac{30}{5}$ (1 अंक)

$= 6$

इसी प्रकार $\bar{Y} = \frac{650}{5} = 130$

सह–संबंध गुणांक हेतु सारणी

x	y	$x-\bar{x}$	$y-\bar{y}$	$(x-\bar{x}).(y-\bar{y})$	$(x-\bar{x})^2$	$(y-\bar{y})^2$
3	90	–3	–40	120	9	1600
4	100	–2	–30	60	4	900
6	130	0	0	0	0	0
8	160	2	30	60	4	900
9	170	3	40	120	9	1600
$\Sigma x = 30$	$\Sigma y = 650$			$\Sigma(x-\bar{x}).(y-\bar{y}) = 360$	$\Sigma(x-\bar{x})^2 = 26$	$\Sigma(y-\bar{y})^2 = 5000$

(1 अंक)

सह–संबंध गुणांक $r = \frac{\Sigma(x-\bar{x}).(y-\bar{y})}{\sqrt{\Sigma(x-\bar{x})^2}\sqrt{\Sigma(y-\bar{y})^2}}$ (1 अंक)

$= \frac{360}{\sqrt{26}.\sqrt{5000}}$

$= \frac{18}{5\sqrt{13}}$

$= 0.998$

~ 1 परिपूर्ण धनात्मक सह–संबंध (1 अंक)

प्रश्न—12 का अथवा का उत्तर

हम जानते हैं कि दो चरों x व y के बीच सह–संबंध गुणांक

$r = \frac{\Sigma(x-\bar{x}).(y-\bar{y})}{\sqrt{\Sigma(x-\bar{x})^2}\sqrt{\Sigma.(y-\bar{y})^2}}$ (1 अंक)

$r = \frac{\Sigma X.Y}{\sqrt{\Sigma X^2}.\sqrt{\Sigma Y^2}}$ ....(I)

$x-\bar{x} = X$ एवं $y-\bar{y} = Y$ लिखने पर

किन्तु श्वार्ज असमिका (Schwart's Inequality) से

$$(\Sigma XY)^2 \leqslant (\Sigma X)^2\ (\Sigma Y)^2$$ (1 अंक)

या $$\frac{(\Sigma XY)^2}{(\Sigma X)^2\,(\Sigma Y)^2} \leqslant 1$$ (1 अंक)

या $$\left[\frac{\Sigma XY}{\Sigma X\,.\,\Sigma Y}\right]^2 \leqslant 1$$

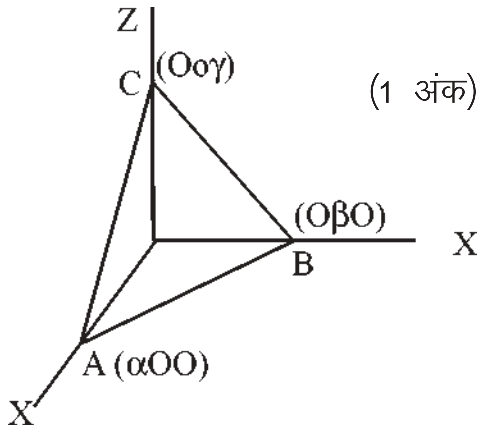
या $r^2 \leqslant 1$ समीकरण (I) से (1 अंक)

$\therefore$ $-1 \leqslant x \leqslant +1$

लघु उत्तरीय प्रश्न

प्रश्न–13 का उत्तर

हल– माना समतल X से α, Y अक्ष से β तथा Z अक्ष से γ अन्तःखण्ड काटता है तब समतल का समीकरण



(1 अंक)

$$\frac{x}{\alpha}+\frac{y}{\beta}+\frac{z}{r}=1 \qquad ......(I)$$

समतल X, Y तथा Z अक्षों को क्रमशः A, B तथा C बिन्दुओं पर मिलता है। अतः बिन्दुओं A, B, C के निर्देशांक क्रमशः (α, O, O), (O β O) तथा (O, O Y) होंगे।

चूँकि प्रश्नानुसार ΔABC के केन्द्रक के निर्देशांक (a, b, c) हैं।

अतः $x = \dfrac{x_1+x_2+x_3}{3}$, $y = \dfrac{y_1+y_2+y_3}{3}$ तथा $z = \dfrac{z_1+z_2+z_3}{3}$ (1 अंक)

$$a = \frac{\alpha+0+0}{3} = \frac{\alpha}{3} \Rightarrow \alpha = 3a$$

$$b = \frac{0+\beta+0}{3} = \frac{\beta}{3} \Rightarrow \beta = 3b$$

$$c = \frac{0+0+\gamma}{3} = \frac{\gamma}{3} \Rightarrow \gamma = 3c$$ (1 अंक)

समीकरण I में α, β तथा γ के मान रखने पर

$$\frac{x}{3a}+\frac{y}{3b}+\frac{z}{3c} = 1$$

या $$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c} = 3$$

अतः वांछित समतल का समीकरण

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c} = 3$$ होगा (1 अंक)

अथवा का उत्तर–

हल– मूल बिन्दु से होकर जाने वाले समतल का समीकरण

$$ax + by + cz = 0 \qquad ......(I)$$ (1 अंक)

समतल (I) समतलों जिनके समीकरण नीचे दिए गए हैं, पर लंब है।

$$x + 2y - z = 1 \qquad ......(II)$$

एवं $$3x - 4y + 2 = 5 \qquad ......(III)$$

अतः $$a + 2b - c = 0 \qquad .....(IV)$$

$$3a - 4b + c = 0 \qquad ......(V)$$ (2 अंक)

समीकरण (IV) एवं (V) को हल करने पर

$$\frac{a}{2-4} = \frac{b}{-3-1} = \frac{c}{-4-c}$$

या $$\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{5} = k \text{ माना}$$ (1 अंक)

अतः $a = k$, $b = 2k$ एवं $c = 5k$

समीकरण (I) से

$$kx + 2ky + 5kz = 0$$

या $$x + 2y + 5z = 0$$

यही वांछित समतल का समीकरण है। (1 अंक)

प्रश्न–14 का उत्तर

हल– माना मूल बिन्दु O के सापेक्ष ΔABC के शीर्ष A, B, C के स्थिति सदिश क्रमशः $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ है तब $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$

भुजाओं BC, AC तथा AB के मध्य बिन्दु क्रमशः D, E तथा F है। मध्यिकाएँ AD, BE तथा CF का प्रतिच्छेद बिन्दु G ΔABC का केन्द्रक है। (1 अंक)

$\because$ D, BC का मध्य बिन्दु है $\bar{OD} = \dfrac{\vec{b} + \vec{c}}{2}$

ΔABC का केन्द्रक G, AD को 2 : 1 के अनुपात में विभाजित करता है (1 अंक)

$$\therefore \qquad \bar{OG} = \frac{2(\bar{b} + \bar{c})/2 + 1\bar{a}}{3}$$

$$= \frac{\bar{b} + \bar{c} + \bar{a}}{3}$$

$$= \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{3} \qquad .....(I)$$ (1 अंक)

$\bar{GA}$ = A स्थिति सदिश – G का स्थिति सदिश

$$= \frac{2\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}}{3} \qquad ......(II)$$

इसी प्रकार–

$\overrightarrow{GB}$ = B का स्थिति सदिश – G का स्थिति सदिश

$$\overrightarrow{GB} = \frac{2\bar{b} - \bar{a} - \bar{c}}{3} \qquad .....(III)$$

एवं $$\overrightarrow{GC} = \frac{2\vec{c} - \vec{a} - \vec{c}}{3} \qquad ......(IV)$$ (1 अंक)

समीकरण II, III एवं IV से

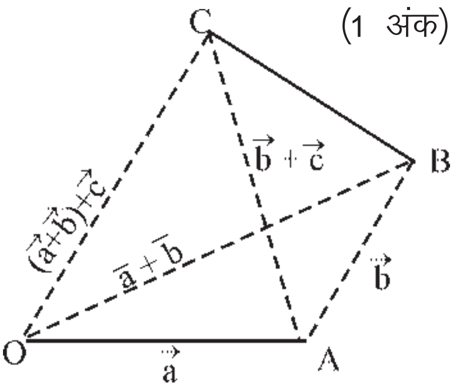
$$G\vec{A} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \frac{2\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}}{3} + \frac{2\vec{b} - \vec{a} - \vec{c}}{3} + \frac{2\vec{c} - \vec{a} - \vec{b}}{3}$$

$$= \frac{2\bar{a} - \bar{b} - \bar{c} + 2\bar{b} - \bar{a} - \vec{c} + 2c - \bar{a} - \bar{b}}{3}$$

अतः $$G\bar{A} + GB + G\bar{C} = \bar{O}$$ (1 अंक)

अथवा का उत्तर–

हल– यदि $\bar{a}, \bar{b}$ तथा $\bar{c}$ तीन अशून्य सदिश है तब सदिशों के योग के साहचर्य नियमानुसार (1 अंक)



$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$$

उपपत्ति– चित्र के अनुसार मान का सदिश $\vec{a}, \vec{b}$ तथा $\vec{c}$ कागज के तल में है। जहाँ O मूलबिन्दु है चित्र के अनुसार $\vec{a} = \overrightarrow{OA}, \vec{b} = \overrightarrow{AB}$ तथा $\vec{c} = \overrightarrow{BO}$ बनाया तथा OC को मिलाया बिन्दु OB तथा AC को भी मिलाया। ΔAOB में सदशि योग का त्रिभुज नियम लगाने पर–

(1 अंक)

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB}$$ (1 अंक)

$$= \vec{a} + \vec{b}$$

अब त्रिभुज OBC में सदिश योग का त्रिभुज नियम लगाने पर

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC}$$

$$= (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} \qquad .....(1)$$ (1 अंक)

इसी प्रकार ΔABC में सदिश योग का त्रिभुज नियम लगाने पर–

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$$

$$= \vec{b} + \vec{c}$$ (1 अंक)

तथा ΔOAC में सादिश योग का त्रिभुज नियम लगाने पर–

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC}$$

$$= \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) \qquad ......(2)$$

अतः समीकरण 1 और 2 से

$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$$

यही सदिशों के योग का साहचर्य नियम है।

प्रश्न 15 का उत्तर–

हल– दिया है $$f(x) = \log \frac{1-x}{1+x} \quad \text{......(1)}$$

समीकरण (1) में $x = a$ रखने पर

$$f(a) = \log \frac{1-a}{1+a} \quad \text{.....(2)}$$ (1 अंक)

समीकरण (1) में $x = b$ रखने पर

$$f(b) = \log \frac{1-b}{1+b} \quad \text{......(3)}$$ (1 अंक)

समीकरण (2) और (3) को जोड़ने पर

$$f(a) + f(b) = \log \frac{1-a}{1+a} + \log \frac{1-b}{1+b}$$

$$f(a) + f(b) = \log \frac{(1-a)(1-b)}{(1+a)(1+b)}$$

[$\log m + \log n = \log m \times n$]

$$f(a) + f(b) = \log \frac{1-a-b+ab}{1+a+b+ab} \quad \text{.......(4)}$$ (1 अंक)

समीकरण (1) में $x = \dfrac{a+b}{1+ab}$ रखने पर

$$f\left(\frac{a+b}{1+ab}\right) = \log \frac{1-\dfrac{a+b}{1+ab}}{1+\dfrac{a+b}{1+ab}}$$

$$= \log \frac{\dfrac{1+ab-a-b}{1+ab}}{\dfrac{1+ab+a+b}{1+ab}}$$

$$f\left(\frac{a+b}{1+ab}\right) = \log \frac{1-a-a+ab}{1+a+b+ab} \quad \text{......(5)}$$ (1 अंक)

समीकरण (4) व (5) से–

$$f(a) + f(b) = f\left(\frac{a+b}{1+ab}\right)$$ (1 अंक)

अथवा का हल–

$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3} = \lim_{x\to 0} \frac{\dfrac{\sin x}{\cos x} - \sin x}{x^3}$$ (1 अंक)

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\sin x\left[\frac{1}{\cos x} - 1\right]}{x^3}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\sin x(1-\cos x)}{\cos x \times x^3}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\tan x}{x} \times \frac{1-\cos x}{x^2}$$ (1 अंक)

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\tan x}{x} \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x^2}$$

$$= 1 \times \lim_{x\to 0} \frac{(1-\cos x)(1+\cos x)}{x^2(1+\cos x)} \quad \left(\lim_{x\to 0} \frac{\tan x}{x} = 1\right)$$

(1 अंक)

$$= \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos^2 x}{x^2(1+\cos x)}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{1}{x^2} \frac{\sin^2 x}{1+\cos x}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\sin x \times \sin x}{x.x(1+\cos x)}$$ (1 अंक)

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\frac{\sin x}{x} \times \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x}}{\lim_{x\to 0}(1+\cos x)} \quad \left[\because \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1\right]$$

$$= \frac{1\times 1}{1\cos\theta} = \frac{1}{1+1}$$

$$= \frac{1}{2}$$ (1 अंक)

प्रश्न—16 का उत्तर—

माना $$I = \int \frac{dx}{5+4\sin x}$$

$$I = \int \frac{dx}{5+4\left(\frac{2\tan\frac{x}{2}}{1+\tan^2\frac{x}{2}}\right)} \left[\because \sin x = \frac{\tan\frac{x}{2}}{1+\tan^2\frac{x}{2}}\right]$$

$$I = \int \frac{dx}{\dfrac{5\left(1+\tan^2\frac{x}{2}\right)+8\tan\frac{x}{2}}{1+\tan^2\frac{x}{2}}}$$

$$\Rightarrow \qquad I = \int \frac{\left(1+\tan^2\frac{x}{2}\right)dx}{5+5\tan^2\frac{x}{2}+8\tan\frac{x}{2}}$$ (1 अंक)

$$\Rightarrow \qquad I = \int \frac{\sec^2\frac{x}{2}\,dx}{5\tan^2\frac{x}{2}+8\tan\frac{x}{2}+5}$$ $\tan\dfrac{x}{2} = t$ रखने पर

$\Rightarrow \sec^2\dfrac{x}{2}\,dx = 2dt$

(1 अंक)

$$\therefore \qquad I = \int \frac{2dt}{5t^2+8t+5}$$

$$\Rightarrow \qquad = \frac{2}{5}\int \frac{dt}{t^2+\frac{8}{5}t+1}$$

$$= \frac{2}{5}\int \frac{dt}{t^2+2(t)\left(\frac{4}{5}\right)+\left(\frac{4}{5}\right)^2+1-\frac{16}{25}}$$ (1 अंक)

$$= \frac{2}{5}\int \frac{dt}{\left(t+\frac{4}{5}\right)^2+\frac{9}{25}}$$ रखने पर (1 अंक)

$$t+\frac{4}{5} = u$$

$$dt = du$$

$$\therefore \qquad I = \frac{2}{5}\int \frac{du}{u^2+\left(\frac{3}{5}\right)^2}$$

$$= \frac{2}{5} \times \frac{\frac{1}{3}}{5} \tan^{-1} \frac{u}{\frac{3}{5}}$$

$$= \frac{2}{3} \times \tan^{-1} \frac{5u}{3}$$

$$= \frac{2}{3} \times \tan^{-1} \frac{5(t + \frac{4}{5})}{3}$$

$$= \frac{2}{3} \times \tan^{-1} \left[\frac{(5t + u)}{3} \right]$$

$$I = \frac{2}{3} \times \tan^{-1} \left[\frac{(5 \tan \frac{x}{2} + 4)}{3} \right]$$ (1 अंक)

प्रश्न–16 का अथवा का उत्तर–

$$\int \frac{dx}{2x^2 + 6x + 8} = \frac{1}{2} \int \frac{dx}{x^2 + 3x + 4}$$ (1 अंक)

$$= \frac{1}{2} \int \frac{dx}{\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2}$$ (1 अंक)

$$= \frac{1}{2 \times \frac{\sqrt{7}}{2}} \tan^{-1} \frac{x + \frac{3}{2}}{\frac{\sqrt{7}}{2}}$$ (2 अंक)

$$= \frac{1}{\sqrt{7}} \tan^{-1} \left(\frac{2x + 3}{\sqrt{7}} \right)$$ (1 अंक)

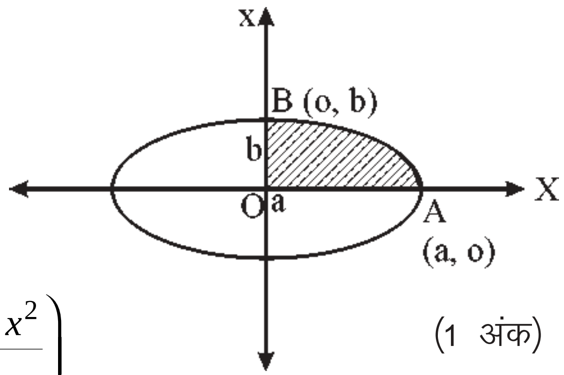
प्रश्न–17 का उत्तर–

हल– दीर्घ वृत्त का समीकरण

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{y^2}{b^2} = 1 - \frac{x^2}{a^2}$$

$$y^2 = b^2 \left(\frac{a^2 - x^2}{a^2} \right)$$



(1 अंक)

$$y = \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2}$$

अब मूल बिन्दु O के लिए $x = O$ तथा बिन्दु A के लिए $x = a$ है अर्थात् क्षेत्रफल AOB के लिए x का मान O से a तक विचरित होता है। अतः समाकलन सीमाएँ $x = 0$ से $x = a$ होगी

दीर्घवृत्त का क्षेत्रफल $= 4 \times$ क्षेत्रफल OAB का क्षेत्रफल (1 अंक)

$$= 4\int_0^a y dx$$

$$= 4\int_0^a \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2}\, dx \qquad \text{(समीकरण (1) से)}$$

$$= \frac{4b}{a}\left[\frac{x}{2}\sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)\right]_0^a$$

$$= \frac{2b}{a}\left[x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2\sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)\right]_0^a \qquad \text{(1 अंक)}$$

$$= \frac{2b}{a}\left[a\sqrt{a^2 - a^2} + a^2\sin^{-1}\left(\frac{a}{a}\right) - 0 - a^2\sin^{-1}0\right]$$

$$= \frac{2b}{a}\left[0 + a^2\sin^{-1}(1) - a^2\sin^{-1}0\right] \qquad \text{(1 अंक)}$$

$$= \frac{2b}{a}\left[a^2\frac{\pi}{2} - 0\right]$$

$$= \pi ab \text{ वर्ग इकाई} \qquad \text{(1 अंक)}$$

प्रश्न–17 का अथवा का उत्तर–

माना
$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)} dx \qquad \text{(1 अंक)}$$

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\cos x + \sin x} dx$$

समीकरण (1) व (2) से जोड़ने पर

$$I + I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\frac{\sin x}{\sin x + \cos x} + \frac{\cos x}{\sin x + \cos x}\right] dx \qquad \text{(2 अंक)}$$

$$2\ I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x + \cos x}{\sin x + \cos x} dx$$

$$2I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx$$

$$2I = [x]_0^{\pi/2}$$ (1 अंक)

$$2I = \frac{\pi}{2} - O$$

$$I = \frac{\pi}{4}$$ (1 अंक)

प्रश्न–18 का उत्तर–

दिया गया समीकरण है–

$$\sec^2 x \tan y\ dx + \sec^2 y \tan x\ dy = 0$$

$\Rightarrow$ $$\sec^2 x \tan y\ dx = -\sec^2 x \tan x\ dy$$

$\Rightarrow$ $$\frac{\sec^2 x}{\tan x} dx = -\frac{\sec^2 y}{\tan y} dy$$ (1 अंक)

$\Rightarrow$ $$\int \frac{\sec^2 x}{\tan x} dx = -\int \frac{\sec^2 y}{\tan y} dy$$ ....(1) (1 अंक)

माना $\tan x = t$ (1 अंक)

तथा $\tan y = 4$

तब $\sec^2 x\ dx = dt$ (1 अंक)

तथा $\sec^2 y\ dy = du$

अतः समीकरण (1) से $$\int \frac{dt}{t} = -\int \frac{du}{4}$$

$\Rightarrow$ $\log t = -\log u + \log c$

$\Rightarrow$ $\log t + \log u = \log c$

$\Rightarrow$ $\log (t \times u) = \log c$

$\Rightarrow$ $t \times u = c$ (1 अंक)

$\Rightarrow$ $\tan x \times \tan y = c$

प्रश्न–18 का अथवा का उत्तर–

हल– दिया गया अवकलन समीकरण है–

$\Rightarrow$ $(1 + y^2)\ dx = (\tan^{-1} y - x)\ dy$ (1 अंक)

$$(1 + y^2) \frac{dx}{dy} = \tan^{-1} y - x$$

$\Rightarrow$ $$(1 + y^2) \frac{dx}{dy} + x = \tan^{-1} y$$

$$\Rightarrow \quad \frac{dx}{dy} + \left(\frac{1}{1+y^2}\right)x = \frac{\tan^{-1} y}{1+y^2}$$

यह समीकरण x में रेखीय अवकल समीकरण है।

अतः इसकी तुलना $\dfrac{dx}{dy} + Px = Q$ से करने पर (1 अंक)

$$P = \frac{1}{1+y^2} \qquad Q = \frac{\tan^{-1} y}{1+y^2}$$ (1 अंक)

$\therefore$ समाकलन गुणांक $(I.F.) = e^{\int P dy}$ (1 अंक)

$$= e^{\int \frac{1}{1+y^2} dy}$$

$$= e^{\tan^{-1} y}$$

अतः x (I.F.) $= \int Q$. (I.F.) $dy + c$ से अभीष्ट हल होगा–

$$x \cdot e^{\tan^{-1} y} = \int \frac{\tan^{-1} y}{1+y^2} \cdot e^{\tan^{-1} y} \, dy + c$$

$$\Rightarrow \quad x \cdot e^{\tan^{-1} y} = \int t . e^t . dt + c$$

[$\tan^{-1} y = t$ माना $\dfrac{dy}{1+y^2} = dt$ तब]

दाएँ पक्ष में t को प्रथम फलन मानकर खण्डशः समाकलन करने पर–

$$\Rightarrow \quad x \cdot e^{\tan^{-1} y} = t \cdot e^t - \int 1 . e^t \, dt + C$$

$$\Rightarrow \quad x \cdot e^{\tan^{-1} y} = t \cdot e^t - e^t + c$$

$$\Rightarrow \quad x \cdot e^{\tan^{-1} y} = \tan^{-1} y \, e^{\tan^{-1} y} - e^{\tan^{-1} y} + c$$ (1 अंक)

$$x = \tan^{-1} y - 1 + c \, e^{-\tan^{-1} y}$$

प्रश्न–19 का उत्तर–

घटना A का प्रतिकूल संयोगानुपात $= 4 : 3$

$$P(A) = \frac{3}{4+3} = \frac{3}{7}$$ (1 अंक)

घटना B का अनुकूलन संयोगानुपात $= 7 : 5$

$$P(B) = \frac{7}{7+5} = \frac{7}{12}$$ (1 अंक)

चूँकि A और B स्वतंत्र घटनाएँ हैं

$$P(A \cap B) = P(A) . P(B)$$

$$= \frac{3}{7} \times \frac{7}{12} = \frac{1}{4}$$ (1 अंक)

प्रश्न हल होने की प्रायकिता

$$P\ (A \cup B) = P\ (A) + P\ (B) - P\ (A \cap B) \qquad \text{(1 अंक)}$$

$$= \frac{3}{7} + \frac{1}{12} - \frac{1}{4}$$

$$= \frac{36 + 49 - 21}{84} = \frac{64}{84} \qquad \text{(1 अंक)}$$

$$= \frac{16}{21}$$

प्रश्न–19 का अथवा का उत्तर–

$$n\ (S) = 4, 5, 6$$

4 से अधिक अंक आने की प्रायिकता

$$P\ (A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \qquad \text{(1 अंक)}$$

4 से अधिक न आने की प्रायिकता

$$P\ (\bar{A}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \qquad \text{(1 अंक)}$$

यदि X यादृच्छिक चर है तब $x = 0, 1, 2$ कोई सफलता नहीं

$$P_0 = P\ (x = 0) = P\ (\overline{AA}) = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \qquad \text{(1 अंक)}$$

$$P_1 = P\ (x = 1) = P\ (\overline{AA}) + P\ (\bar{A}A)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{9} \qquad \text{(1 अंक)}$$

$$P_2 = P\ (x = 2) = P\ (AA) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9} \qquad \text{(1 अंक)}$$

x	0	1	2
P_1	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$

(1 अंक)

प्रश्न–20 का उत्तर

हल– रेखाओं के समीकरण–

$$\frac{x-1}{2} = \frac{z-2}{3} = \frac{z-3}{4} = r \text{ (माना)} \qquad ....(I)$$

एवं

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{5} = r_1 \text{ (माना)} \qquad .....(II)$$

समीकरण (I) से–

$$x = 1 + 2r \qquad ....(a)$$

$$y = 2 + 3r \qquad ....(b)$$

$$z = 3 + 4r \qquad ....(c) \qquad \text{(1 अंक)}$$

इसी प्रकार समीकरण (II) से–

$x = 2 + 3r_1$ ....(a)

$y = 3 + 4r_1$ ....(b)

$z = 3 + 4r_1$ ....(c) (1 अंक)

रेखा (I) व (II) प्रतिच्छेदी रेखाएँ हैं–

$\therefore$ $1 + 2r = 2 + 3r_1$

या $2r - 3r_1 - 1 = 0$ .....(III)

इसी प्रकार $3r - 4r_1 - 1 = 0$ ......(VI)

एवं $4r - 5r_1 - 1 = 0$ .....(V) (1 अंक)

समीकरण III, IV व V को हल करने पर–

$$\frac{r}{3-4} = \frac{r_1}{-3+2} = \frac{1}{-8+9}$$

या
$$\frac{r}{-1} = \frac{r_1}{-1} = \frac{1}{1}$$

$\therefore$ $r = -1$ एवं $r_1 = -1$ (1 अंक)

r व r_1 के मान समीकरण (V) को संतुष्ट करते हैं अतः दी गई रेखाएँ समतलीय हैं।

$\because$ x = 1 + 2r समी. (a) में r का मान रखने पर

x = 1 – 2

x = –1

इसी प्रकार y = –1

एवं z = –1 (2 अंक)

अतः प्रच्छिेद बिन्दु (–1 , –1 , –1) होगा।

प्रश्न–20 का अथवा का उत्तर–

माना कि गोले का समीकरण

$x^2 + y^2 + z^2 + 2\ ux + 2\ vy + 2wz + d = 0$ ......(1)

चूँकि बिन्दु (1, –3, 4) , (1, –5 , 2) तथा (1, –3 , 0) गोले पर स्थित है

अतः $1^2 + (-3)^2 + 4^2 + 2u \times 1 + 2\ v(-3) + 2\omega \times 4 + d = 0$

$1^2 + (-5)^2 + 2^2 + 2u \times 1 + 2\ v(-5) + 2\omega . 2 + d = 0$

$1^2 + (-3)^2 + (O)^2 + 2u \times 1 + 2\ v(-3) + 2\omega . 0 + d = 0$

(1 अंक)

हल करने पर

$2u - 6v + 8\omega + d = -26$ ....(2)

$2u - 10\ v + 4\omega + d = -30$ ......(3)

$2u - 6v + d = -10$ ......(4) (1 अंक)

चूँकि गोले (1) का केन्द्र समतल $x + y + z = 0$ पर स्थित है।

$\therefore$ $u + v + w = 0$ ......(5) (1 अंक)

समीकरण (4) – समीकरण (2)

$w = -2$

समीकरण (5) – समीकरण (3)

$$4v + 4w = -20$$
$$v = 3$$

समीकरण (5) से

$$u = -(v + w)$$
$$u = -1 \qquad \text{(2 अंक)}$$

$u, v,$ के मानों को समीकरण (5) में रखने पर

$$-2 - 18 + d = -10$$
$$d = 0$$

अतः समीकरण (I) से

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z + 10 = 10 \qquad \text{(1 अंक)}$$

यही गोले का समीकरण है।

प्रश्न–21 का उत्तर–

दिए गए समीकरणों से स्पष्ट है कि–

$$\bar{a}_1 = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$$
$$\bar{b}_1 = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k} \qquad \text{(1 अंक)}$$
$$\bar{a}_2 = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$$
$$\bar{b}_2 = 2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k} \qquad \text{(1 अंक)}$$

$$\therefore \quad \overrightarrow{a_2} - \overrightarrow{a_1} = \left(2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}\right) - \left(\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}\right)$$
$$\overrightarrow{a_2} - \overrightarrow{a_1} = \hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k} \qquad \text{(1 अंक)}$$

$$\overrightarrow{b_1} \times \overrightarrow{b_2} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$
$$= \hat{i}(2-1) - \hat{j}(2-2) + \hat{k}(1+2)$$
$$= 3\hat{i} + 3\hat{k} \qquad \text{(1 अंक)}$$

न्यूनतम दूरी
$$= \frac{\bar{a}_2 - \bar{a}_1 \ \ \bar{b}_1 . \bar{b}_2}{|\bar{b}_1 \times \bar{b}_2|} \qquad \text{(1 अंक)}$$
$$= \frac{\left(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}\right)\left(-3\hat{i} + 3\hat{k}\right)}{\sqrt{9 \times 9}}$$
$$= \frac{-3 - 6}{3\sqrt{2}}$$
$$= \frac{3}{\sqrt{2}} \qquad \text{(1 अंक)}$$

(केवल परिणाम लेने पर दूरी ऋणात्मक नहीं होती)

प्रश्न–21 का अथवा का उत्तर–

माना कि दिए गए बिन्दु A, B व C तथा P कोई अन्य बिन्दु है जिसका स्थिति सदिश $\overline{r}$ है। (1 अंक)

$\overline{AP}$ = P का स्थिति सदिश – A का स्थिति सदिश

या $\overline{AP} = \overline{r} - \left(2\hat{i} + 6\hat{j} - 6\hat{k}\right)$ (1 अंक)

$\overline{AB}$ = B का स्थिति सदिश – A का स्थिति सदशि

$$= \left(-3\hat{i} + 10\hat{j} - 9\hat{k}\right) - \left(-2\hat{i} + 6\hat{j} - 6\hat{k}\right)$$

$$= -\hat{i} + 4\hat{j} - 3\hat{k}$$ (1 अंक)

$\overrightarrow{AC}$ = C का स्थिति सदिश – A का स्थिति सदिश

$$= \left(-5\hat{i} - 6\hat{k}\right) - \left(-2\hat{i} + 6\hat{j} - 6\hat{k}\right)$$

$$= -3\hat{i} - 6\hat{j}$$ (1 अंक)

चूँकि $\overrightarrow{AP}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}$ समतलीय हैं

$$\therefore \quad \left[\overrightarrow{AP}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = 0$$

$$\left\{\overline{r} - (-2\hat{i} + 6\hat{j} - 6\hat{k})\right\}.\left\{(-\hat{i} + 4\hat{j} - 3\hat{k}) \times (-3\hat{i} - 6\hat{j})\right\} = 0 \quad \text{......(I)}$$

किन्तु $\left\{(-\hat{i} + 4\hat{j} - 3\hat{k}) \times (-3\hat{i} - 6\hat{j})\right\}$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -1 & 4 & -3 \\ -3 & -6 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}\,(0-18) - \hat{j}\,(0-9) + \hat{k}\,(6+12)$$

$$= -18\,\hat{i} + 9\,\hat{j} + 18\,\hat{k}$$ (1 अंक)

अतः समीकरण (I) से–

$$\overline{r} + (2\,\hat{i} + 6\,\hat{j} + 6\,\hat{k}).[-9\,(2\,\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k})] = 0$$

या $\overline{r}(2\,\hat{i} - \hat{j} - 2\,\hat{k}) + 4 + 6 – 12 = 0$

या $\overline{r}(2\,\hat{i} - \hat{j} - 2\,\hat{k}) = 2$ (1 अंक)

यही समतल का समीकरण है।