माध्यमिक शिक्षा मण्डल, मध्यप्रदेश, भोपाल

32 पृष्ठीय

परीक्षार्थी द्वारा भरा जावे ↓

परीक्षार्थी द्वारा भरा जावे →

परीक्षा का विषय	विषय कोड	परीक्षा का माध्यम
गणित	1 5 ...	...

[redacted]

परीक्षा का ... क्रमांक C-23 0084613

परीक्षार्थी का रोल नम्बर

2	3	1	8	2	5	2	5	5
दो	तीन	एक	आठ	दो	पाँच	दो	पाँच	पाँच

उदाहरणार्थ

1	1	2	4	3	9	5	6	8
एक	एक	दो	चार	तीन	नौ	पांच	छः	आठ

प्रश्न पत्र का सेट D

केन्द्राध्यक्ष / सहायक केन्द्राध्यक्ष एवं पर्यवेक्षक द्वारा भरा जावे →

क :- परीक्षार्थी का कक्ष क्रमांक 13

ख :- परीक्षा का दिनांक 21 03 23

परीक्षा का नाम एवं परीक्षा केन्द्र क्रमांक की मुद्रा

हायर सेकेण्डरी परीक्षा 2023

केन्द्र क्रमांक 181005

पर्यवेक्षक का नाम एवं हस्ताक्षर	केन्द्राध्यक्ष / सहायक केन्द्राध्यक्ष के हस्ताक्षर
21/03/23	

परीक्षक एवं उपमुख्य परीक्षक द्वारा भरा जावे ↓

परीक्षक एवं उपमुख्य परीक्षक द्वारा भरा जावे →

प्रमाणित किया जाता है कि होलो क्राफ्ट स्टीकर क्षतिग्रस्त नहीं पाया गया तथा अन्दर के पृष्ठों के अनुरूप मुख्य पृष्ठ पर अंकों की प्रविष्टी एवं अंकों का योग सही है।

निर्धारित मुद्रा : नाम, पदनाम, मोबाईल नम्बर, परीक्षक क्रमांक एवं पदांकित संस्था के नाम की मुद्रा लगाएं।

उप मुख्य परीक्षक के हस्ताक्षर एवं निर्धारित मुद्रा	परीक्षक के हस्ताक्षर एवं निर्धारित मुद्रा
M.S. DANGI V.No. 11248	RAM KUMAR SONI V.N.-11228

500

केवल परीक्षक द्वारा भरा जावे।

प्रश्न क्रमांक के सम्मुख प्राप्तांकों की प्रविष्ठी करें।

प्रश्न क्रमांक	पृष्ठ क्रमांक	प्राप्तांक (अंकों में)
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		
25		
26		
27		
28		

Laser, Inkjet & Copier Label ST-16 A4

99.1mm x 33.9mm x 16

Oddy

प्रश्न क्र.

उत्तर क्रमांक (1)

उ. (1)

(i) (b) $25|A|$

(ii) (c) परिभाषित नहीं

(iii) (b) ± 6

(iv) (a) f एकैकी आच्छादक है

(v) (b) $\frac{-\pi}{3}$

(vi) (b) $\frac{\pi}{3}$

B S E

उत्तर क्रमांक (2)

उ. (2)

(i) $\frac{\pi}{2}x + c$

(ii) 0

(iii) शून्य

(iv) $(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)$

(v) $e^x f(x) + c$

प्रश्न क्र.

(vi) $\dfrac{e^{\sqrt{x}}}{4\sqrt{xe^{\sqrt{x}}}}$

(vii) $10\pi \ cm^2/s$

उत्तर क्रमांक (3)

स्तम्भ 'अ'		स्तम्भ 'ब'
(i) $\sin 2x$ का अवकलज x के सापेक्ष	-	(e) $2\cos 2x$
(ii) $\int \tan x\,dx$	-	(a) $-\log\|\cos x\|+c$
(iii) $\int \cot x\,dx$	-	(b) $\log\|\sin x\|+c$
(iv) $\int \sec x\,dx$	-	(g) $\log\|\sec x+\tan x\|+c$
(v) $\int \operatorname{cosec} x\,dx$	-	(f) $\log\|\operatorname{cosec} x-\cot x\|+c$
(vi) $\begin{vmatrix} \cos x & \sin x \\ \sin x & \cos x \end{vmatrix}$	-	(c) $\cos 2x$

प्रश्न क्र.

उत्तर क्रमांक (5)

उ० (5)

(i) $\sqrt{(1)^2+(1)^2+(1)^2} = \sqrt{3}$

(ii) 0.4

(iii) 0

(iv) 126 रु.

(v) रिक्त संबंध व सार्वत्रिक संबंध को ही 'तुच्छ' संबंध कहते हैं।

(vi) $\frac{\pi}{4}$

(vii) वह आव्यूह जिसमें स्तंभ का मान एक हो अर्थात् $n=1$ हो, $m\times1$ हो स्तंभ आव्यूह कहलाता है।

B
S
E

प्रश्न क्र.

उत्तर क्रमांक(5)

(i) सत्य।

(ii) सत्य।

(iii) असत्य।

(iv) सत्य।

(v) सत्य।

(vi) असत्य।

प्रश्न क्र.

दिया है-

$$\vec{r_1} = (1-t)\hat{i} + (t-2)\hat{j} + (3-2t)\hat{k}$$
$$\vec{r_2} = (s+1)\hat{i} + (2s-1)\hat{j} - (2s+1)\hat{k}$$

हल करने पर,

$$\vec{r_1} = \hat{i} - t\hat{i} + \hat{j}t - 2\hat{j} + 3\hat{k} - 2\hat{k}t$$
$$\vec{r_1} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3k + t(-\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}) \quad \text{—— (1)}$$

इसी प्रकार-

$$\vec{r_2} = s\hat{i} + \hat{i} + 2s\hat{j} - \hat{j} - 2s\hat{k} - \hat{k}$$
$$\vec{r_2} = \hat{i} - \hat{j} - \hat{k} + s(\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}) \quad \text{—— (2)}$$

समी. (1) की तुलना $\vec{r_1} = \vec{a_1} + t\vec{b_1}$ से व

समी. (2) की तुलना $\vec{r_2} = \vec{a_2} + s\vec{b_2}$ से करने पर

तब, $\vec{a_1} = (\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k})$

⇒ $\vec{a_2} = (\hat{i} - j - \hat{k})$

⇒ $\vec{b_1} = (-\hat{i} + j - 2\hat{k})$

⇒ $\vec{b_2} = (\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k})$

तब, $(\vec{a_2} - \vec{a_1}) = (\hat{i} - \hat{j} - k) - \hat{i} + 2j - 3\hat{k}$

$= \hat{j} - 4\hat{k}$

तथा,

प्रश्न क्र.

$$\vec{b_1} \times \vec{b_2} = \begin{vmatrix} & & \\ -1 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(-2+4) - \hat{j}(2+2) + \hat{k}(-2-1)$$

$$\vec{b_1} \times \vec{b_2} = 2\hat{i} - 4\hat{j} - 3\hat{k}$$

$$|\vec{b_1} \times \vec{b_2}| = \sqrt{(2)^2 + (-4)^2 + (-3)^2}$$

$$= \sqrt{4+16+9} = \sqrt{29}$$

तब, l_1 व l_2 के बीच की न्यूनतम दूरी के लिए सूत्र -

सूत्र-

$$\Rightarrow S.D. = \left| \frac{(\vec{b_1} \times \vec{b_2}) \cdot (\vec{a_2} - \vec{a_1})}{|\vec{b_1} \times \vec{b_2}|} \right|$$

सभी मान रखने पर,

~~S.D. =~~

$$\Rightarrow S.D. = \left| \frac{(2\hat{i} - 4\hat{j} - 3\hat{k}) \cdot (\hat{j} - 4\hat{k})}{\sqrt{29}} \right|$$

$$\Rightarrow S.D. = \left| \frac{0 - 4 + 12}{\sqrt{29}} \right|$$

$$\Rightarrow \boxed{S.D. = \frac{8}{\sqrt{29}}}$$ Ans.

प्रश्न क्र.

उ.(21) दिया गया सारणिक-

$$\Delta = \begin{vmatrix} (a-b-c) & 2a & 2a \\ 2b & (b-c-a) & 2b \\ 2c & 2c & (c-a-b) \end{vmatrix}$$

सिद्ध करना है- $\Delta = (a+b+c)^3$

तब, L.H.L-

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} (a-b-c) & 2a & 2a \\ 2b & (b-c-a) & 2b \\ 2c & 2c & (c-a-b) \end{vmatrix}$$

By operation of $R_1 \rightarrow R_1 + R_2 + R_3$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} (a+b+c) & (a+b+c) & (a+b+c) \\ 2b & (b-c-a) & 2b \\ 2c & 2c & (c-a-b) \end{vmatrix}$$

पंक्ति R_1 में से $(a+b+c)$ उभयनिष्ठ लेनेपर,

$$\Rightarrow (a+b+c)\begin{vmatrix} 2b & (b-c-a) & 2b \\ 2c & 2c & (c-a-b) \end{vmatrix}$$

संक्रिया द्वारा $C_2 \rightarrow C_2 - C_1$ व $C_3 \rightarrow C_3 - C_1$

$$\Rightarrow (a+b+c)\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2b & -(a+b+c) & 0 \\ 2c & 0 & -(a+b+c) \end{vmatrix}$$

सारणिक में C_2 व C_3 से $(a+b+c)$ उभयनिष्ठ लेने पर,

$$\Rightarrow (a+b+c)(a+b+c)(a+b+c)\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2b & -1 & 0 \\ 2c & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow (a+b+c)^3\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2b & -1 & 0 \\ 2c & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

R_1 में प्रसरण करने पर -

$$\Rightarrow (a+b+c)^3\left[1\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}\right]$$

$$\Rightarrow (a+b+c)^3 \cdot 1$$

$$\Rightarrow (a+b+c)^3$$ ~~A~~ Proved

अतः $\boxed{R.H.L = L.H.L}$

प्रश्न क्र.

उ० (22) दिया है- $y = \sin(x^2)$

ज्ञात करना है- x^2 के सापेक्ष अवकलन = ?

माना $p = x^2$

तब

दोनों पक्षों का x के सापेक्ष अवकलन करने पर,

$$\Rightarrow \frac{dp}{dx} = \frac{d}{dx}(x^2)$$

$$\Rightarrow \frac{dp}{dx} = 2x \quad (1) \quad \left[\because \frac{d}{dx}x^n = nx^{n-1}\right]$$

इसी प्रकार-

$$y = \sin(x^2)$$

x के सापेक्ष अवकलन करने पर,

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\sin(x^2)$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \cos(x^2) \cdot \frac{d}{dx}(x^2) \quad \left[\because \frac{d}{dx}\sin x = \cos x\right]$$

प्रश्न क्र.

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = 2x\cos(x^2)$ —② $\left[\because \frac{d}{dx} x^n = nx^{n-1}\right]$

अब,

प्रश्नानुसार,

$\sin(x^2)$ का x^2 के सापेक्ष अवकलन के लिए -

समी. ② में समी. ① से भाग देने पर,

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} \times \frac{dx}{dp} = \frac{2x\cos(x^2)}{2x}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{dy}{dp} = \cos(x^2)} \quad \underline{Ans.}$$

अतः $\sin(x^2)$ का x^2 के सापेक्ष अवकलन का मान $\underline{\cos(x^2)}$ होगा।

प्रश्न क्र.

उत्तर क्रमांक (--) (अथवा)

3. (23) माना कि,

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^5 x}{\sin^5 x + \cos^5 x}\, dx \quad \text{—— (1)}$$

समाकलन गुणधर्मों से -

$$\Rightarrow \quad I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^5\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}{\sin^5\left(\frac{\pi}{2}-x\right) + \cos^5\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}\, dx$$

$$\left[\because \int_0^a f(x)\,dx = \int_0^a f(a-x)\,dx\right]$$

$$\Rightarrow \quad I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^5 x}{\cos^5 x + \sin^5 x}\, dx \quad \text{—— (2)}$$

$$\left[\because \sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = \cos x, \quad \cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = \sin x\right]$$

समी. (1) व समी. (2) को जोड़ने पर,

$$\Rightarrow \quad I + I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^5 x}{\sin^5 x + \cos^5 x}\, dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^5 x}{\cos^5 x + \sin^5 x}\, dx$$

$\Rightarrow \int_0 \quad \cos^5x+\sin^5x$

$\Rightarrow \quad 2I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 1.dx$

$\Rightarrow \quad 2I = \left[x\right]_0^{\frac{\pi}{2}} \quad \left[\because \int 1.dx = x+c\right]$

$\Rightarrow \quad 2I = \left[\frac{\pi}{2} - 0\right]$

$\Rightarrow \quad 2I = \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \quad I = \frac{\pi}{2} \times \frac{1}{2}$

$\boxed{I = \frac{\pi}{4}}$ Ans.

प्रश्न क्र.

उत्तर क्रमांक (16) (अथवा)

दिया है- $\frac{dy}{dx}=\frac{1+y^2}{1+x^2}$ (अवकल समीकरण)

तब,

$\Rightarrow \frac{dy}{1+y^2}=\frac{1}{1+x^2}dx$

दोनों पक्षों का समाकलन करने पर,

$\Rightarrow \int\frac{dy}{1+y^2}=\int\frac{1}{1+x^2}dx$

$\Rightarrow \cancel{\frac{1}{1}\tan^{-1}\frac{y}{1}+\log c=\frac{1}{1}\tan^{-1}\frac{x}{1}+}$

$\Rightarrow \frac{1}{1}\tan^{-1}\frac{y}{1}=\frac{1}{1}\tan^{-1}\frac{x}{1}+c$

$\left[\because \int\frac{1}{a^2+y^2}dy=\frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{x}{a}+c,\ \int\frac{1}{a^2+x^2}dx=\frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{x}{a}+c\right]$

$\Rightarrow$ तब, $\tan^{-1}y=\tan^{-1}x+\tan^{-1}c$

$\Rightarrow \boxed{c=\tan^{-1}y-\tan^{-1}x}$ Ans.

श्न क्र.

$\Rightarrow \tan^{-1} y - \tan^{-1} x = \tan^{-1} c$

$\Rightarrow \tan^{-1}\left(\frac{y-x}{1+xy}\right) = \tan^{-1} c \quad \left[\because \tan^{-1}x + \tan^{-1}y = \tan^{-1}\left(\frac{x+y}{1-xy}\right)\right]$

$\Rightarrow \boxed{c = \frac{y-x}{1+xy}}$ Ans.

उत्तर क्रमांक (17)

दिया गया उद्देश्य फलन $Z = 3x + 5y$

दिये गये रैखिक प्रतिबंध-

$x + 3y \geq 3, \quad x + y \geq 2, \quad x, y \geq 0$

सरल रेखा $x + 3y = 3$ में क्रमशः x व y के मान 0 रखने पर,

x	0	3
y	1	0

दी गई असमिका $x + 3y \geq 3$ में $(0, 0)$ रखने पर,

$\Rightarrow 0 \geq 3$ (जो कि असत्य है।

$\Rightarrow$ अतः अर्द्धतल बाहर की ओर बनेगा।

इसी प्रकार सरल रेखा $x+y=2$ … y के मान क्रमशः 0, 1 रखने पर,

x	0	2
y	2	0

दी गई असमिका $x+y\geq 2$ में (0,0) का मान रखने पर,

$\Rightarrow$ $\boxed{0\geq 2}$ (जो कि असत्य है।)

अतः अर्द्धतल बाहर की ओर बनेगा।

$\because$ $x, y \geq 0$ है अतः संभाव्य क्षेत्र प्रथम चतुर्थांश में होगा।

ग्राफ – (पीछे लगा है।)

प्रतिच्छेदी बिंदु के लिए –

$$x+3y=3$$
$$x+y=2$$
$$-\quad -\quad -$$
$$2y=1$$
$$\boxed{y=\frac{1}{2}}$$

$x = \frac{3}{2}$ $\boxed{x=\frac{3}{2}}$

अतः प्रतिच्छेदी बिंदु $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$

B
S
E

∵ कौनी ... हैं

तब,

कौनीय बिंदु	$Z = 3x+5y$
$(0,2)$	$Z = 10$
$\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$	$Z = \frac{14}{2} = 7$ (न्यूनतम)
$(3,0)$	$Z = 9$

अतः संप्राप्त क्षेत्र में $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$ बिंदु पर उद्देश्य फलन $Z = 3x+5y$ का मान न्यूनतमीकरण होगा।

उत्तर क्रमांक (18)

उ० (18) दिया है-

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

ज्ञात करना है- संख्या के सम होने की प्रायिकता यदि यह ज्ञात हो कि निकाले गए कार्ड पर संख्या 3 से अधिक है।

E- संख्या का सम होना
F- निकाले गये कार्ड पर संख्या 3 से अधिक

∵ $E = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

तथा

प्रश्न क्र.

$\Rightarrow \quad F = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$\Rightarrow \quad n(F) = 7$

$n(S) = 10$

$\Rightarrow \quad P(F) = \dfrac{n(F)}{n(S)} = \dfrac{7}{10} \quad \left[\because P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)}\right]$

वहीं,

$E \cap F = \{4, 6, 8, 10\}$

$\Rightarrow \quad n(E \cap F) = 4$

$\Rightarrow \quad n(S) = 10$

$\Rightarrow \quad P(E \cap F) = \dfrac{n(E \cap F)}{n(S)} \quad \left[\because P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)}\right]$

$\Rightarrow \quad P(E \cap F) = \dfrac{4}{10} = \dfrac{2}{5}$

प्रश्नानुसार –

$\left[\because P(E|F) = \dfrac{P(E \cap F)}{P(F)}\right]$

अतः

$P(E|F) = \dfrac{\frac{2}{5}}{\frac{7}{10}}$

$\Rightarrow \quad P(E|F) = \dfrac{2}{5} \times \dfrac{10}{7} = \dfrac{4}{7}$

प्रश्न क्र.

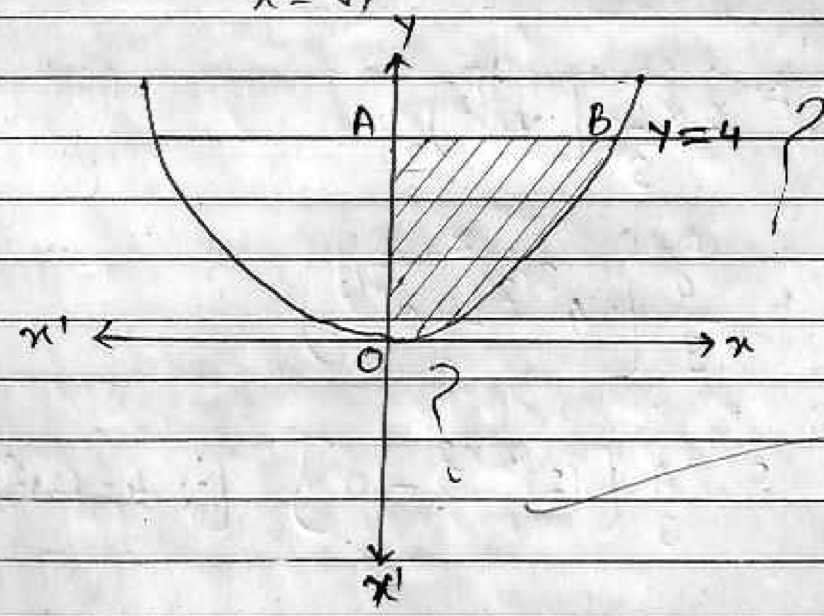
अत: $\boxed{P(E|F) = \frac{\ }{7}}$

उत्तर क्रमांक (19)

दिया गया परवलय का समीकरण =

$\Rightarrow \quad y = x^2$

से $\quad x = \sqrt{y}$



अभीष्ट क्षेत्रफल के लिए -

अभीष्ट क्षेत्रफल = 2× OAB क्षेत्र का क्षेत्रफल

$\Rightarrow \quad = 2\int_0^4 x\,dy$

प्रश्न क्र.

$\Rightarrow \int_0$

$\Rightarrow \quad = 2\left[\dfrac{y^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1}\right]_0^4 \quad \left[\because \int x^n dx = \dfrac{x^{n+1}}{n+1} + c\right]$

$\Rightarrow \quad = 2\left[\dfrac{y^{3/2}}{\frac{3}{2}}\right]_0^4$

B
S
E

$\Rightarrow \quad = 2 \times \dfrac{2}{3}\left[y^{3/2}\right]_0^4$

$\Rightarrow \quad = \dfrac{4}{3}\left(4^{3/2} - 0^{3/2}\right)$

$\Rightarrow \quad = \dfrac{4}{3}\left[(2)^{2\times\frac{3}{2}} - 0\right] \quad [\because 4 = (2)^2]$

$\Rightarrow \quad = \dfrac{4}{3}\left[8 - 0\right]$

$\Rightarrow \quad = \dfrac{4}{3} \times 8$

अभीष्ट क्षेत्र० $= \dfrac{32}{3}$ वर्ग इकाई Ans.

प्रश्न क्र.

उ.(6) दिया है- माना $\vec{a} = \hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ (1,2,3)
(सदिश रूप में)

तथा समांतर रेखा $\vec{b} = 3\hat{i}+2\hat{j}-2\hat{k}$

∵ हम जानते हैं कि किसी बिंदु $\vec{a}$ ~~मध्य~~ से गुजरने वाली व किसी बिंदु $\vec{b}$ के समांतर रेखा का समीकरण $\vec{r} = \vec{a}+\lambda\vec{b}$
जहां $\vec{r}$ स्थिति सदिश हैं

अतः $\vec{r} = \vec{a}+\lambda\vec{b}$ में $\vec{a}$ व $\vec{b}$ के मान रखने पर,

$$\Rightarrow \boxed{\vec{r} = \hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}+\lambda(3\hat{i}+2\hat{j}-2\hat{k})}$$ Ans.

यही उस रेखा का सदिश समीकरण है।

उत्तर क्रमांक (7) (अथवा)

उ.(7) दिया है-
$$f(x) = x^2-4x+6$$

ज्ञात करना है- अंतराल जिसमें $f(x)$ फलन ह्रासमान है।

वर्धमान एवं ह्रासमान के लिए
$f(x)$ का x के सापेक्ष अवकलन करने पर,

प्रश्न क्र.

$\Rightarrow \quad f'(x) = \frac{d}{dx}(x^2-4x+6)$

$\Rightarrow \quad f'(x) = 2x-4 \qquad \left[\because \frac{d}{dx} x^n = nx^{n-1}\right]$

अब, $f'(x)=0$ रखने पर

$\Rightarrow \quad 0 = 2x-4$

$\Rightarrow \quad x = \frac{4}{2}$

$\Rightarrow \quad \boxed{x=2}$

B S E

अतः $f(x)$ के वर्धमान व ह्रासमान के लिए $(-\infty,2)$, $(2,\infty)$ अंतराल लेंगे।

परीक्षण	$f'(x)$ का चिन्ह	$f(x)$ की प्रकृति
$(-\infty,2)$	ऋणात्मक	ह्रासमान
$(2,\infty)$	धनात्मक	वर्धमान

अतः $f(x) = x^2-4x+6$ के लिए ह्रासमान अंतराल $(-\infty,2)$ होगा। Ans.

प्रश्न क्र.

वा)

दिया है- माना समुच्चय $A = \{1, 2, 3, 4\}$

$R = \{(1,2), (2,2), (1,1), (4,4), (1,3), (3,3), (3,2)\}$

जाँच करना है।-

R स्वतुल्य व संक्रामक है किंतु सममित नहीं।

(i) स्वतुल्य के लिए-

$\because (1,1) \in R, (2,2) \in R, (3,3) \in R, (4,4) \in R$

$\forall (1,2,3,4) \in A$

अतः संबंध स्वतुल्य है।

(ii) सममित के लिए-

$\because (1,2) \in R,$ किंतु $(2,1) \notin R$

अतः संबंध सममित नहीं है।

(iii) संक्रामक के लिए-

$\because (1,3) \in R, (3,2) \in R$ तथा $(1,2) \in R$

अतः संबंध R संक्रामक होगा।

अतः संबंध R स्वतुल्य व संक्रामक है किंतु सममित नहीं है।

B
S
E

प्रश्न क्र.

उत्तर क्रमांक (1)

दिया है - $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

ज्ञात करना है - $(A+B)'$

तब, $A+B = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow \quad A+B = \begin{bmatrix} -2-1 & 3+0 \\ 1+1 & 2+2 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow \quad A+B = \begin{bmatrix} -3 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

तब, $(A+B)' = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ Ans.

उत्तर क्रमांक (11)

उ० (11) माना $y = x^x$

दोनों तरफ log लेने पर,

$\Rightarrow \quad \log y = \log x^x$

$\Rightarrow \quad \log y = x \log x \quad [\because \log m^n = n \log m]$

प्रश्न क्र.

$$\log y = x \log x$$

x के सापेक्ष अवकलन करने पर (दोनों पक्षों का)

$$\Rightarrow \frac{d}{dx}\log y = \frac{d}{dx} x \log x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{y}\cdot\frac{dy}{dx} = x\frac{d}{dx}\log x + \log x\frac{d}{dx}x \quad \left[\because \frac{d}{dx}\log x = \frac{1}{x}\right]$$

$$\left[\because \frac{d}{dx}u.v = u.\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}\right]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{y}\cdot\frac{dy}{dx} = x\cdot\frac{1}{x} + \log x\cdot 1$$

$$\frac{1}{y}\cdot\frac{dy}{dx} = 1 + \log x$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = y(1+\log x)$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{dy}{dx} = x^{x}(1+\log x)}$$

प्रश्न क्र.

उत्तर क्रमांक (12)

दिया है- $f(x) = 12x-3$

सिद्ध करना है- R पर एक वर्धमान फलन है।

∵ वर्धमान व ह्रासमान फलन के लिए-

$\cancel{f'(x) =}$

⇒ $f(x)$ का x के सापेक्ष अवकलन करने पर,

$$f'(x) = \frac{d}{dx}(12x-3)$$

B
S
E

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{d}{dx}12x - 3\frac{d}{dx}1$$

$$\Rightarrow f'(x) = 12 - 0 \quad \left[\because \frac{d}{dx}1 = 0,\ \frac{d}{dx}x^n = nx^{n-1}\right]$$

$$\Rightarrow \boxed{f'(x) = 12}$$

⇒ ∵ $f'(x)$ का मान 0 से अधिक है

⇒ अतः $f(x)$ एक वर्धमान फलन होगा।

∵ $\boxed{f'(x) > 0}$ Ans

प्रश्न क्र.

माना $I = \int_{-1}^{1} \sin^5 x \cos^4 x \, dx$

$\because$ समाकलन के गुणधर्म द्वारा –

$\left[\int_{-a}^{a} f(x)dx = \right.$ यदि $f(x)$ सम फलन है, $2\int_{0}^{a} f(x)dx$

और यदि विषम फलन है $\left. \int_{-a}^{a} f(x)dx = 0 \right.$ होगा $]$

यहां

$I = \int_{-1}^{1} \sin^5 x \cos^4 x \, dx$ में

$\Rightarrow \quad f(-x) = \sin^5(-x)\cos^4(-x)$

$\Rightarrow \quad f(-x) = -\sin^5 x \cos^4 x$

अतः $f(x)$ विषम फलन है।

$\therefore \quad \boxed{I = 0}$ होगा। Ans

$\because \left[\int_{-a}^{a} f(x)dx \right] =$ विषम फलन के लिए शून्य होता है।$]$

प्रश्न क्र.

दिया है- $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{k}$

ज्ञात करना है- $\vec{a}$ का $\vec{b}$ पर प्रक्षेप = ?

∵ हम जानते हैं कि $\vec{a}$ का $\vec{b}$ पर प्रक्षेप

$\Rightarrow \quad = \dfrac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|}$

$\Rightarrow \quad = \dfrac{(\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) \cdot (2\hat{i} + \hat{k})}{\sqrt{(2)^2 + (1)^2}}$

$\Rightarrow \quad = \dfrac{2+3}{\sqrt{5}}$

$\Rightarrow \quad = \dfrac{5}{\sqrt{5}}$

$\Rightarrow \quad = \sqrt{5}$

$\Rightarrow$ $\vec{a}$ का $\vec{b}$ पर प्रक्षेप का मान = $\sqrt{5}$ Ans.

क.

15) दिया है- माना $A = \hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$

$x(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}) = 1$ सदिश है।

ज्ञात करना है- x का मान =?

∵ मात्रक सदिश $|\vec{A}| = 1$

तब,

$|\vec{A}| = \sqrt{(1)^2+(1)^2+(1)^2}$

$\Rightarrow |\vec{A}| = \sqrt{3}$

तब $x(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}) = 1$

$\Rightarrow x(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}) = \sqrt{3}$

$\Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{\sqrt{3}}}$

प्रश्न क्र.

दिया है- ~~$\sin^{-1}(-x)$ $x \in [-1,1]$~~

~~$\sin^{-1}x$ का मान = $[-1,1]$~~

~~ज्ञात करना है-~~

सिद्ध करना है- $\sin^{-1}x + \cos^{-1}x = \frac{\pi}{2}$

L.H.L-

$\sin^{-1}x + \cos^{-1}x$

$\Rightarrow \cancel{\sin^{-1}x + \left(\frac{\pi}{2} - \cos^{-1}\right.}$

$\Rightarrow \sin^{-1}x + \left(\frac{\pi}{2} - \sin^{-1}x\right) \quad \left[\because \cos^{-1}x = \left(\frac{\pi}{2} - \sin^{-1}x\right)\right]$

$\Rightarrow \sin^{-1}x + \frac{\pi}{2} - \sin^{-1}x$

$\Rightarrow \frac{\pi}{2}$ सिद्ध हुआ।

अतः $\boxed{R.H.L. = L.H.L}$

प्रश्न क्र.

उ.(15) दिया है- $\vec{a}$ व $\vec{b}$ दो सदिश हैं

~~ज्ञात~~ सिद्ध करना है- $|\vec{a}\cdot\vec{b}| \le |\vec{a}||\vec{b}|$

∵ दो सदिशों का अदिश गुणनफल में $\cos\theta$ का मान

$$\Rightarrow \cos\theta = \left(\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}\right)$$

$$\Rightarrow |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta = \vec{a}\cdot\vec{b}$$

∵ $\cos\theta$ का प्रांत $= [-1, 1]$

अतः इससे सिद्ध होता है कि

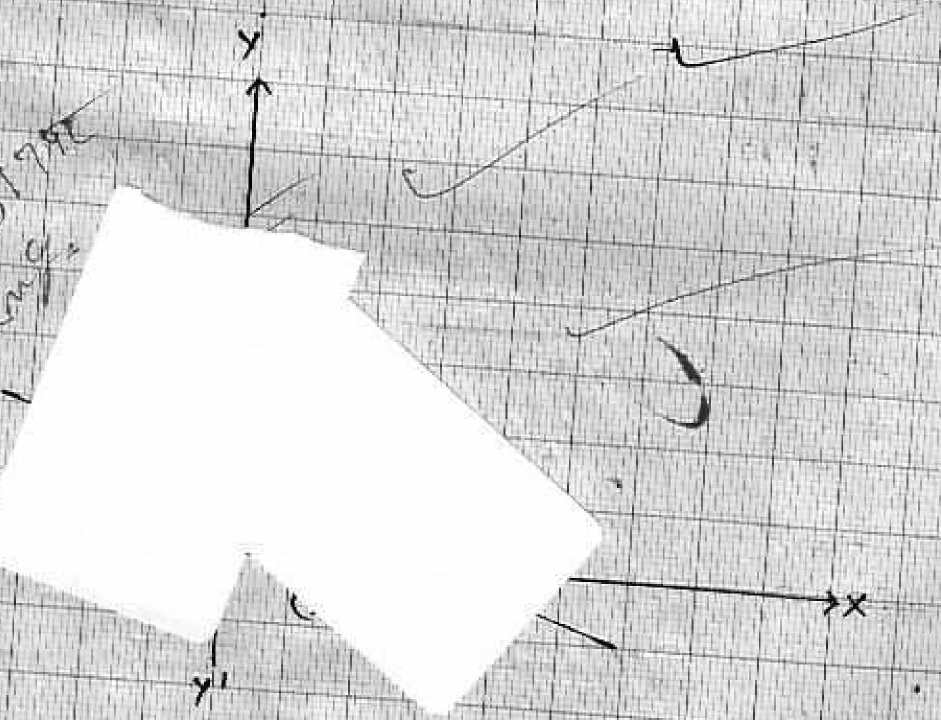
$$\Rightarrow \boxed{|\vec{a}\cdot\vec{b}| \le |\vec{a}||\vec{b}|}$$ Hence proved

Page No.

Signature

उत्तर क्रमांक (17)

पैमाना- 1cm = 1 इकाई



Page No 17 पर marking.