केवल मूल्यांकनकर्ता के उपयोग हेतु!

माध्यमिक शिक्षा मण्डल, मध्यप्रदेश, भोपाल

32 पृष्ठीय

केवल परीक्षक द्वारा भरा जावे। प्रश्न क्रमांक के सम्मुख प्राप्तांकों की प्रविष्टी करें।

प्रश्न क्रमांक	पृष्ठ क्रमांक	प्राप्तांक (अंकों में)	प्रश्न क्रमांक	पृष्ठ क्रमांक	प्राप्तांक (अंकों में)
1			17		
2			18		
3			19		
4			20		
5			21		
6			22		
7			23		
8			24		
9			25		
10			26		
11			27		
12			28		
13					
14					
15			कुल प्राप्तांक शब्दों में		कुल प्राप्तांक अंकों में
16					

परीक्षक एव उपमुख्य पराक्षक द्वारा भरा जाव

परीक्षक एवं उपमुख्य परीक्षक द्वारा भरा जावे →

प्रमाणित किया जाता है कि अन्दर के पृष्ठों के अनुरूप मुख्य पृष्ठ पर अंकों की प्रविष्टी एवं अंकों का योग सही है।
निर्धारित मुद्राः नाम, पदनाम, मोबाईल नम्बर, परीक्षक क्रमांक एवं पदांकित संस्था के नाम की मुद्रा लगाएं।

उप मुख्य परीक्षक के हस्ताक्षर एवं निर्धारित मुद्रा

Ashish Kumar Namdeo (U.M.S.)
Govt.Ex.H.S.School Sagar (M.P.)
Val. No. - 4735

परीक्षक के हस्ताक्षर एवं निर्धारित मुद्रा

Saurabh Singh (U.M.S.)
CM Rise Govt. Model HSS, Bina
V.No.....10099.....

2

योग पूर्व पृष्ठ

BOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPAL

प्रश्न क्र.

उ० क्र. 1

एकैकी आच्छादक है।

(i) $3\pi/4$

(ii) $\pi/3$

(iii) $\pm \sqrt{3}$

(iv) $\theta = \pi/2$

(v) $1/36$

उ० क्र. 2

(i) $\frac{1}{x \log x}$

(vi) शून्य सदिश $(\vec{0})$

(ii) $12\pi \ cm^2/cm$

(iii) x

(iv) I

(v) 2

BOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPAL

प्रश्न क्र.

उ० क्र. 3

(i) सत्य

(ii) असत्य

(iii) सत्य

(iv) असत्य

(v) असत्य

(vi) सत्य

उ० क्र. 4

(i) $\log|x + \sqrt{x^2+a^2}| + c$

(ii) $\frac{x}{2}\sqrt{x^2+a^2} + \frac{a^2}{2}\log|x+\sqrt{x^2+a^2}| + c$

(iii) $\log|\sec x| + c$

(iv) $\log|\sin x| + c$

(v) $\frac{x}{2}\sqrt{x^2-9} - \frac{9}{2}\log|x+\sqrt{x^2-9}| + c$

(vi) $\log|x+\sqrt{x^2-9}| + c$

(vii) $\operatorname{cosec}^{-1}x$

Bonus

मध्यप्रदेश
BOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPAL

प्रश्न क्र.

उ० क्र. 5

(i) 0 शून्य

(ii) $\frac{16}{25}$

(iii) एक विकर्ण आव्यूह के विकर्ण के अवयव समान होते है तब वह आव्यूह अदिश आव्यूह कहलाता है।

B

(iv) 2

S

E

(v) -2

(vi) परिसर = $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

(vii) $(1, \infty)$ (निरंतर वर्धमान) तथा वर्धमान → $[1, \infty)$

SECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,

प्रश्न क्र.

30 क्र. 6

दिया है A (माना) $= \{1, 2, 3\}$

तथा $R = \{(1,2), (2,1)\}$

हम जानते हैं कि $a \in A$ के लिये $(a,a) \notin R$ अर्थात $(1,1)(2,2)(3,3) \notin R$ $\therefore$ R एक स्वतुल्य संबंध नहीं है।

तथा $a_1 a_2 \in A$ के लिये $(a_1, a_2) \in R$ तब $(a_2, a_1) \in R$, अर्थात $(1,2) \in R$ तब $(2,1) \in R$ $\therefore$ R एक सममित संबंध है।

$\because$ $(a_1 a_2) \notin R$ तब $(a_2 a_3) \notin R$ तब $(a_1, a_3) \notin R$,

$\therefore$ R एक संक्रामक संबंध नहीं है।

---

30 क्र. 7 अथवा

दिया है $\tan^{-1}(\sqrt{3}) - \sec^{-1}(-2)$

$\Rightarrow$ $\tan^{-1}\left(\tan\frac{\pi}{3}\right) - \left[\pi - \sec^{-1}\left(\sec\frac{\pi}{3}\right)\right]$

प्रश्न क्र.

$\Rightarrow \frac{\pi}{3} - \left[\pi - \frac{\pi}{3}\right]$ $\left[-\frac{\pi}{2} < \tan\frac{\pi}{3} < \frac{\pi}{2}\right]$

$\Rightarrow \frac{\pi}{3} - \left[\frac{2\pi}{3}\right]$ $\left[0 < \sec\frac{\pi}{3} < \pi\right]$

$\Rightarrow -\frac{\pi}{3}$ $\left[\because \tan\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}\right]$ तथा $\left[\sec\frac{\pi}{3} = 2\right]$

$\left[\because \sec^{-1}(-x) = \pi - \sec^{-1}x\right]$

उ० क्र. 8

दिया है, $x\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix} + y\begin{bmatrix}-1\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}10\\5\end{bmatrix}$

$\Rightarrow \begin{bmatrix}2x\\3x\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}-y\\y\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}10\\5\end{bmatrix}$

$\Rightarrow \begin{bmatrix}2x-y\\3x+y\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}10\\5\end{bmatrix}$

⑦ $\begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}$ + $\begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}$

योगात्मक ... गुणनफल ... क्रमचय

माध्यमिक शिक्षा मण्डल मध्यप्रदेश

ARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BH

प्रश्न क्र.

∵ दिये गये आव्यूह समान हैं ∴ इनके अवयव भी समान होंगे।

अतः तुलना करने पर,

$2x - y = 10$ —— ① $\quad 3x + y = 5$ —— ②

समी. ② से

$x = 5 - 1 = 4$ $\quad [2x - 10 = y]$ —— समी. ③

$3 \quad 3$

समी. ① में मान

$2x - y = 10$

$\Rightarrow \frac{8}{3} - 10 = y$

$\Rightarrow -\frac{22}{3} = y$

समी. ② से, $3x + 2x - 10 = 5$

$\Rightarrow 5x - 10 = 5$

$\Rightarrow 5x = 15 \Rightarrow [x = 3]$

तथा समी. ① में; $2 \times 3 - y = 10$

$6 - 10 = y \quad [-4 = y]$

अतः $x = 3$ तथा $y = -4$ यही अभीष्ट मान है।

---

30 क्र. 9

आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$

माना सहखंडज, $(adjA) = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} \\ A_{12} & A_{22} \end{bmatrix}$

BOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPAL

माध्यमिक शिक्षा मण्डल मध्यप्रदेश

प्रश्न क्र.

तब $A_{11} = (-1)^{1+1} M_{11} = 4$

$A_{12} = (-1)^{1+2} M_{12} = -1$

$A_{21} = (-1)^{2+1} M_{21} = -3$

$A_{22} = (-1)^{2+2} M_{22} = 1$

अतः $(adj A) = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

B
S
E

उ० क्र. 10

दिया है, $2x + 3y = \sin y$, ज्ञात करना है $= \frac{dy}{dx}$

दोनों पक्षों में x के सापेक्ष अवकलन करने पर,

$= 2\frac{dx}{dx} + 3\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(\sin y)$ $\left[\because \frac{d}{dx} \sin x = \cos x \right]$

$= 2(1) + 3\frac{dy}{dx} = \cos y \frac{dy}{dx}$

$= 2 = \cos y \frac{dy}{dx} - 3\frac{dy}{dx} \Rightarrow \frac{dy}{dx}\left[\cos y - 3\right] = 2$

BOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPAL

प्रश्न क्र.

अतः $\frac{dy}{dx} = \frac{2}{\cos y - 3}$

अतः $2x + 3y = \sin y$ है तो $\frac{dy}{dx} = \frac{2}{\cos y - 3}$ होगा।

उ० क्र. 11

माना $I = \int \cos^2 x \, dx$ —— समी①

$\Rightarrow \because \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$

समी ① में मान प्रतिस्थापित करने पर,

$I = \int \left(\frac{1 + \cos 2x}{2}\right) dx \Rightarrow \frac{1}{2} \int (1 + \cos 2x) \, dx$

$\Rightarrow \frac{1}{2} \int 1 \, dx + \frac{1}{2} \int \cos 2x \, dx \quad \left[\because \int \cos x \, dx = \sin x + c\right]$

$\Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \left[\frac{\sin 2x}{2}\right] = \frac{x}{2} + \frac{1}{4} \sin 2x + C$

(10) [ ] + [ ] = [ ]

अंक

प्रश्न क्र.

अतः $\int \cos^2 x\,dx = \frac{x}{2} + \frac{1}{4}\sin 2x + C$

30 क्र. 12

दिया है $y = e^{-3x}$ ⟶ समी. (1)

दोनों पक्षों में x के सापेक्ष अवकलन करने पर,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(e^{-3x}) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -e^{-3x} \times 3$$

$$\frac{dy}{dx} = -3e^{-3x} \longrightarrow \text{समी. (2)} \quad \left[\because \frac{d}{dx}e^x = e^x\right]$$

दोनों पक्षों में x के सापेक्ष पुनः अवकलन करने पर,

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -3\frac{d}{dx^2}(e^{-3x}) \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = -3e^{-3x}(-3)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 9e^{-3x} \longrightarrow \text{समी. (3)}$$

BSE

प्रश्न क्र.

दिया गया समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + 6y = 0$

LHS $= \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + 6y$ में समी. (1), (2) (3) से मान

प्रतिस्थापित करने पर,

$9e^{-3x} - 3e^{-3x} + 6(e^{-3x}) \Rightarrow 9e^{-3x} - 3e^{-3x} + 6e^{-3x}$

$\Rightarrow 0 = R.H.S.$

अतः $L.H.S = R.H.S$, $y = e^{-3x}$ अवकल समी० का हल है।

---

30 क्र. 13 अ.

दिया है, $P = (1,2,3)$, $Q = (4,5,6)$, तब $\vec{PQ} = \vec{OQ} - \vec{OP}$

$\Rightarrow \vec{PQ} = (4-1)\hat{i} + (5-2)\hat{j} + (6-3)\hat{k}$

$= 3\hat{i} + 3\hat{j} + 3\hat{k}$

$\Rightarrow |\vec{PQ}| = \sqrt{(3)^2 + (3)^2 + (3)^2} = \sqrt{27}$

$\Rightarrow |\vec{PQ}| = 3\sqrt{3}$

माना $\vec{PQ}$ के अनुदिश मात्रक सदिश $\hat{P}$ है तब, $\hat{P} = \frac{\vec{PQ}}{|\vec{PQ}|}$ — (1)

BOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MA ... SECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MAD

प्रश्न क्र.

समी① से $= \frac{3\hat{i} + 3\hat{j} + 3\hat{k}}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{i} + \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{j} + \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{k}$

यही $\vec{PQ}$ के अनुदिश मात्रक सदिश है।

30 क्र. 14 अथवा

दिया है, $(\vec{x} - \vec{a}) \cdot (\vec{x} + \vec{a}) = 12$ तथा $|\vec{a}| = 1$

तब, $\vec{x}\vec{x} + \vec{x}\vec{a} - \vec{a}\vec{x} - \vec{a}\vec{a} = 12$ $[\because \vec{a}\cdot\vec{a} = |\vec{a}|^2]$

$= |\vec{x}|^2 + \vec{x}\vec{a} - \vec{x}\vec{a} - |\vec{a}|^2 = 12$ $[\because$ अदिश गुणनफल क्रम विनिमेय है$]$

$= |\vec{x}|^2 - 1 = 12$

$= |\vec{x}|^2 = 12 + 1 = 13$

$= |\vec{x}| = \pm\sqrt{13}$ $[\because |\vec{x}|$ परिमाण है$]$

$\because |\vec{x}| > 0, \therefore |\vec{x}| = \sqrt{13}$

अतः $|\vec{x}| = \sqrt{13}$ होगा।

DARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRA

प्रश्न क्र..

30 के. 15

दिया है, बिंदु = (5, 2, -4) तथा $\vec{b} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 8\hat{k}$

$\therefore \vec{a} = 5\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$

∴ रेखा का सदिश समीकरण $\vec{r} = \vec{a} + \lambda\vec{b}$

$\vec{r} = 5\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(3\hat{i} + 2\hat{j} - 8\hat{k})$

माना $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ → सदिश समीकरण

तब, $(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}) = (5 + 3\lambda)\hat{i} + (2 + 2\lambda)\hat{j} + (-4 - 8\lambda)\hat{k}$

तथा, $\frac{x-5}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+4}{-8} = \lambda$ (कार्तीय समीकरण)

30 के. 16

दिया है, $\frac{dr}{dt} = 4\ cm/s$ [जहाँ r; वृत्ताकार तरंग की त्रिज्या है]

ज्ञात करना है : $\left.\frac{dA}{dt}\right|_{r=10cm} = ?$ [जहाँ A - क्षेत्रा है।]

BOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPAL मध्यप्रदेश

प्रश्न क्र.

∵ वृत्त का क्षे० $= \pi r^2$

∴ $\frac{d}{dt}(\pi r^2) = \pi 2r \frac{dr}{dt}$ (r का मान 10 cm तथा $\frac{dr}{dt} = 4$ cm/s है)

तब $\frac{dA}{dt} = 2\pi \times 10 \times 4 = 80\pi$ cm²/s

अतः उस क्षण घिरा हुआ अभीष्ट क्षेत्रफल 80π cm²/s है, से बढ़ रहा है।

उ० क्र. 17

दिया समी० $x^2 + y^2 = 16$ — ① ∵ वृत्त का समी० $x^2 + y^2 = r^2$

इसलिये $r = 4$ इकाई

ज्ञात करना है = समी० से घिरे क्षे० का क्षे०

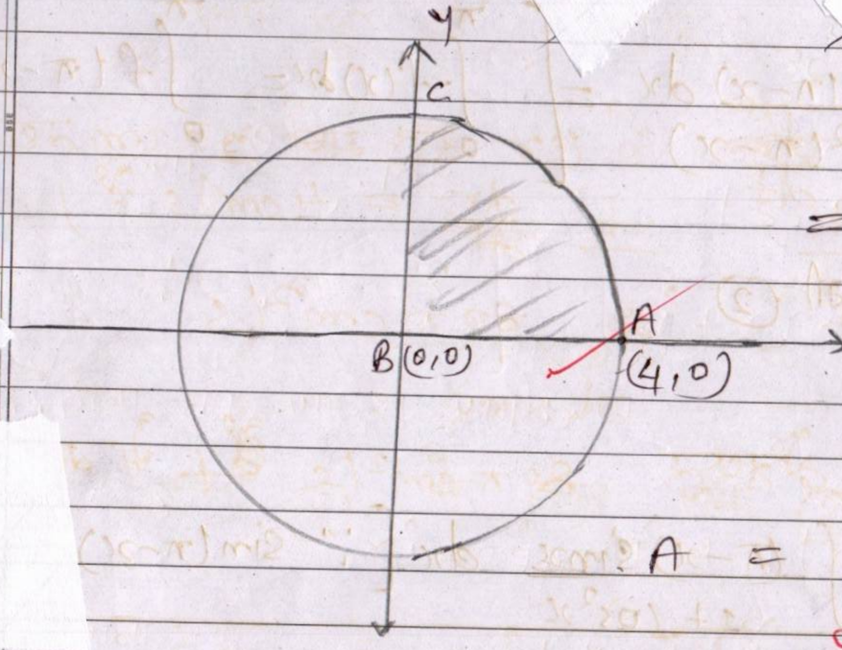
अतः वृत्त का क्षेत्रफल = 4 × ABC का क्षेत्रफल

$= 4 \times \int_0^4 y\,dx = 4 \times \int_0^4 \sqrt{16 - x^2}$

[समी ① से $y^2 = 16 - x^2$]

ONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH

प्रश्न क्र.



क्षेत्रफल $= 4\int_0^4 \sqrt{16-x^2}\, dx$

$= 4\left[\frac{x}{2}\sqrt{16-x^2} + 8 \sin^{-1}\left(\frac{x}{4}\right)\right]_0^4$

$= 4\left[\frac{4}{2}\sqrt{16-(4)^2} + 8\,\frac{\pi}{2} - 0\right]$

$A = 4\left[4\pi\right] = 16\pi$

अत: अभीष्ट क्षेत्रफल 16π वर्ग इकाई है।

$\left[\because \int \sqrt{a^2-x^2}\, dx = \frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)\right]$

↳ उपयुक्त सूत्र

---

30 क्र. 21

दिया है -

$$\int_0^\pi \frac{x\sin x}{1+\cos^2 x}\, dx = I \text{ (माना)} \quad \text{—— समी (1)}$$

BSE

BSE

प्रश्न क्र.

$$\text{माना } I = \int_0^{\pi} \frac{(\pi - x)\sin(\pi - x)\,dx}{1 + \cos^2(\pi - x)} \quad \left[\int_0^a f(x)\,dx = \int_0^a f(a-x)\,dx\right]$$

$$I = \int_0^{\pi} \frac{(\pi - x)\sin x\,dx}{1 + \cos^2 x} \rightarrow \text{समी } (2)$$

समी (1) + समी (2)

$$I + I = \int_0^{\pi} \frac{x\sin x\,dx}{1 + \cos^2 x} + \int_0^{\pi} \frac{(\pi - x)\sin x}{1 + \cos^2 x}\,dx \quad [\because \sin(\pi - x) = \sin x]$$

$$2I = \int_0^{\pi} \frac{x\sin x}{1 + \cos^2 x}\,dx + \int_0^{\pi} \frac{\pi\sin x - x\sin x}{1 + \cos^2 x}\,dx$$

$$2I = \int_0^{\pi} \frac{\pi\sin x + x\sin x - x\sin x}{1 + \cos^2 x}\,dx$$

$$2I = \int_0^{\pi} \frac{\pi\sin x\,dx}{1 + \cos^2 x}$$

$$2I = \pi \int_0^{\pi} \frac{\sin x\,dx}{1 + \cos^2 x} \quad \text{— समी (3)}$$

BOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPAL
मध्यप्रदेश

प्रश्न क्र.

समी. (3) में, (माना) $\cos x = t$

दोनों तरफ t के सापेक्ष अवकलन करने पर,

~~cos x dx~~ $\frac{d}{dx}(\cos x) = \frac{dt}{dx}$ $\left[\because \frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x\right]$

$= -\sin x\, dx = dt$

$= \sin x\, dx = -dt \longrightarrow$ समी (4)

B
S
E

समी (4) से मान समी (3) में प्रतिस्थापित करने पर,

$2I = \pi \int \frac{-dt}{1+t^2}$

$2I = -\pi \int \frac{dt}{1+t^2}$ $\because \left[\int \frac{dt}{1+t^2} = \tan^{-1} t\right]$

$2I = -\pi\left[\tan^{-1} t\right] \longrightarrow$ समी. (5)

$\because \cos x = t$, $x = \pi$ पर, $\cos \pi = t$
$[t = -1]$

तथा

$x = 0$ पर $\cos 0 = t$, $[t = 1]$

माध्यमिक शिक्षा मण्डल मध्यप्रदेश

ATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MA... DARYEDUCATION,MADHYAPRADES... EDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOF... ,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADE

प्रश्न क्र.

समी. (5) में मानो को प्रतिस्थापित करने पर,

$$2I = -\pi \left[\tan^{-1} t \right]_{1}^{-1}$$

$$2I = -\pi \left[\tan^{-1}(-1) - \tan^{-1}(1) \right] \quad \left[\because \tan^{-1}(1) = \frac{\pi}{4} \right]$$

$$2I = -\pi \left[-\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} \right]$$

$$2I = -\pi \left[-\frac{2\pi}{4} \right]$$

$$2I = \frac{\pi^2}{2}, \quad I = \frac{\pi^2}{4}$$

अतः $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x} dx = \frac{\pi^2}{4}$ होगा।

---

30 क्र. 18

दिया है, उद्देश्य फलन $Z = 3x + 4y$.

माध्यमिक शिक्षा मण्डल मध्यप्रदेश
SECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION

प्रश्न क्र.

तथा $x + y \leq 4 \rightarrow$ (I) , ∵ दिये गये असमिका को हल करने पर,

तथा ∵ $x \geq 0$, $y \geq 0$

अर्थात, वक्र प्रथम चतुर्थांश में है।

समी (I) से $x + y = 4$, $x = 0$ से $0 + y = 4$

$y = 4$ अतः (0, 4)

$y = 0$ से $x + 0 = 4$

$x = 4$

अतः (4, 0)

x	0	4
y	4	0

दिये गये प्रतिबंधों से वक्र खींचने पर, (पृष्ठ 33 पर)

दी गई असमिका $x + y \leq 4$ में (0, 0) रखने पर,

⇒ $0 + 0 \leq 4 \Rightarrow 0 \leq 4$, यह सत्य है।

अतः सुसंगत क्षेत्र (0, 0) की ओर होगा।

प्रमेय 1 व 2 से $Z = 3x + 4y$ का मान कोणीय बिंदुओं में प्राप्त होगा।

अर्थात,

B
S
E

पृष्ठ,

प्रश्न क्र.

कोणीय बिंदु A (0,0) पर $Z = 3x+4y = 3(0)+4(0) = 0$

तथा B (0,4) पर $Z = 3x+4y = 3(0)+4(4) = 16$

तथा C (4,0) पर $Z = 3(4)+4(0) = 12$

कोणीय बिंदु	$Z = 3x+4y$	
A (0,0)	0	
B (0,4)	16	→ अधिकतम
C (4,0)	12	

अतः $Z = 3x+4y$ का अधिकतम मान (0,4) B पर 16 है।

---

30 क्र. 19

माना, E_1 = गेंद पहले थैले से निकाली गई है।

तथा E_2 = गेंद दूसरे थैले से निकाली गई है।

ज्ञात करना है लाल गेंद पहले थैले से निकाली गई है।

तथा A = लाल गेंद निकाली गई है।

तब $P(E_1) = \frac{\text{अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल परिणाम}} = \frac{1}{2}$

इसी प्रकार $P(E_2) = \frac{1}{2}$

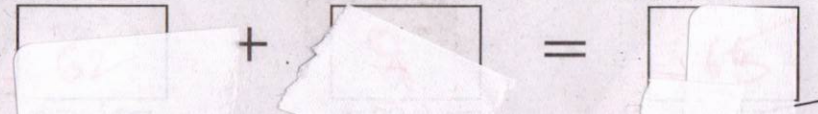
तब, गेंद पहले थैले से निकाली गई है, की प्रायिकता

$$P\left(\frac{E_1}{A}\right) = \frac{P(E_1 \cap A)}{P(A)}$$

$$= \frac{P(E_1)\, P\left(\frac{A}{E_1}\right)}{P(E_1)\, P\left(\frac{A}{E_1}\right) + P(E_2)\, P\left(\frac{A}{E_2}\right)} \quad \text{— समी (I)}$$

$\because P\left(\frac{A}{E_1}\right) = \frac{P(A \cap E_1)}{P(E_1)} = \frac{3/6}{1/2} = \frac{3}{6} \times \frac{2}{1} = \frac{1}{2}$

तथा $P\left(\frac{A}{E_2}\right) = \frac{4}{9}$

(22) 

BOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION

प्रश्न क्र.

सभी (1) में मानों को प्रतिस्थापित करने पर,

$$P\left(\frac{E_1}{A}\right) = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{4}{9}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{4} + \frac{2}{9}}$$

दोनों पक्ष $\frac{1}{4}$ से गुणा करने पर,

$$= \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{4}\left[\frac{1}{1 + \frac{2}{9} \times 4}\right]} = \frac{1}{1 + \frac{8}{9}}$$

$$P\left(\frac{E_1}{A}\right) = \frac{9}{17} = \frac{9}{17}$$

अतः वह गेंद पहले थैले से निकाली गई है कि प्रायिकता $\frac{9}{17}$ है।

23 [ ] + [ ] = [ ]

पृष्ठ 23 के अंक

मध्यप्रदेश
BOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPAL

प्रश्न क्र.

उ० क्र. 20

दिया है $= y = \sin^{-1} x$

दोनों पक्षों में x के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(\sin^{-1}x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \rightarrow (1) \quad \left[\because \frac{d \sin^{-1}x}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right]$$

दोनों पक्षों में पुनः x के सापेक्ष अवकलन करने पर,

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{(0) - 1\frac{d(\sqrt{1-x^2})}{dx}}{(1-x^2)} = \frac{-\frac{1}{2\sqrt{1-x^2}}(-2x)}{(1-x^2)}$$

$$\left[\because \frac{d\sqrt{x}}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}\right]$$

$$\Rightarrow (1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \longrightarrow \text{समी. } (2)$$

$\because$ दिया गया समीकरण $(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} = 0$

में LHS $= (1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx}$ में, समी (1) व (2) से मान प्रतिस्थापित करने पर,

BSE

प्रश्न क्र.

$$\text{LHS} = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} - x\left(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right) = 0 = \text{R.H.S}$$

$\therefore$ LHS = RHS (दायाँ पक्ष = बायाँ पक्ष)

अतः $y = \sin^{-1}x$, $(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx}$ का हल है।

B
S
E

उ० क्र० 22

दिया है अवकल समीकरण $= x\frac{dy}{dx} + 2y = x^2$

तब, दोनों पक्षों में x का भाग देने पर,

$$\frac{dy}{dx} + \frac{2y}{x} = x \quad \text{---समी (1)}$$

$\therefore$ दिया गया समीकरण रैखिक अवकल समीकरण है,

जहाँ $\frac{dy}{dx} + Py = Q$

जहाँ $P = \frac{2}{x}$ तथा $Q = x$ है।

BOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPAL

प्रश्न क्र.

∴ हम जानते है कि रैखिक अवकल समीकरण का हल

$(I.F)y = \int Q(I.F)\,dx + c$ होता है। → समी (2)

अतः मानों को तथा समाकलन गुणक $I.F = e^{\int P dx} = e^{\int \frac{2}{x} dx}$

$I.F = e^{2\log|x|} = e^{\log(x)^2} = x^2$

$\left[\because e^{\log x} = x\right]$

समी (2) में मानों को,

$x^2 y = \int (x^2 \cdot x) dx \Rightarrow x^2 y = \int x^3 dx + c$

~~$\Rightarrow x^2 y = \frac{x^4}{4} + c$~~ $\Rightarrow x^2 y = \frac{x^4}{4} + c$

~~$\Rightarrow \left[y = \frac{x^2}{3} + cx^{-1}\right]$~~ $\Rightarrow \left[y = \frac{x^2}{4} + cx^{-2}\right]$ — समी (3)

समी (3) ही व्यापक हल है। $\left[\because \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}\right]$

BSE

उ० क्र. 23 अथवा

दिया है, $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k} + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$

तथा $\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k} + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$

यहाँ $\vec{b_1} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{a_1} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$

तथा $\vec{b_2} = 2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{a_2} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$

∴ दी गई रेखायें विषमतलीय हैं,

(इसलिये) ∴ रेखाओं के बीच की लघुतम दूरी,

$$d = \left| \frac{(\vec{b_1} \times \vec{b_2}) \cdot (\vec{a_2} - \vec{a_1})}{\vec{b_1} \times \vec{b_2}} \right| \longrightarrow \text{समी. (1)}$$

तब, $\vec{b_1} \times \vec{b_2} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$

$= \hat{i}($ R_1 के अनुदिश प्रसरण करने पर,

BSE

प्रश्न क्र.

$= \hat{i}(-2-1) - \hat{j}(2-2) + \hat{k}(1+2)$

$\vec{b_1} \times \vec{b_2} = -3\hat{j} + 3\hat{k}$

तथा $\vec{a_2} - \vec{a_1} = \hat{j}(2-1) + \hat{j}(-1+2) + \hat{k}(-1+1)$

$\Rightarrow \vec{a_2} - \vec{a_1} = \hat{i} - 3\hat{j} - 2\hat{k}$

तब, $|\vec{b_1} \times \vec{b_2}| = \sqrt{(3)^2 + (3)^2} = \sqrt{18}$

तब समी. (1) में मानों को प्रतिस्थापित करने पर,

$$d = \left| \frac{(-3\hat{j} + 3\hat{k}) \cdot (\hat{i} + \hat{j})}{\sqrt{18}} \right| = \frac{-3+3}{\sqrt{18}}$$

$$d = \left| \frac{(-3\hat{j} + 3\hat{k}) \cdot (\hat{i} - 3\hat{j} - 2\hat{k})}{\sqrt{18}} \right|$$

$$= \left| \frac{-3-6}{\sqrt{18}} \right| = \frac{9}{\sqrt{18}} = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

पृष्ठ

LBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,MADHYAPRADESH,BHOPALBOARDOFSECONDARYEDUCATION,

प्रश्न क्र.

अतः रेखाओं के बीच की न्यूनतम दूरी $\frac{3}{\sqrt{2}}$ है।

BSE

Page No. 19 Date 25.03.25